

Статистическая теория углового распределения осколков деления

В. М. Струтинский

Рассматривается угловое распределение осколков деления при достаточно большом возбуждении, когда момент количества движения распределен среди большого числа нуклонов и к ядру применима статистическая теория. Вычисляется распределение состояний «переходного» ядра по величине K проекции момента составного ядра на ось деления. Наиболее вероятным оказывается состояние с $K=0$, что приводит в случае деления, вызванного нейтронами, к возникновению максимумов в угловом распределении осколков под углами 0° и 180° . Результаты сравниваются с экспериментом; при этом определяется момент инерции «переходного» ядра относительно оси симметрии (направления деления). Рассматривается также угловое распределение осколков деления, вызванного заряженными частицами и γ -квантами.

В настоящее время имеется значительное число работ, посвященных изучению анизотропии углового распределения осколков деления, вызванного протонами [1], [2], нейтронами [3], [4] и γ -квантами [5]—[7]. В некоторых случаях измерялось также и угловое распределение осколков. Общие свойства углового распределения осколков деления, вызванного частицами не очень большой энергии, обсуждались в работах [8], [9]. При захвате γ -кванта или нуклона с энергией выше $1-2$ Мэв образуется составное ядро со спином, ориентированным относительно направления пучка частиц. Угловое распределение осколков определяется связью между направлением спина составного ядра и направлением деления (направлением разлета осколков), т. е. при заданном полном моменте угловое распределение определяется величиной K проекции полного момента на направление деления. При энергии, близкой к пороговой, почти вся энергия первоначального возбуждения составного ядра переходит в седловой точке в потенциальную энергию деформации. Поэтому при делении вблизи порога в седловой точке должна существовать система далеко отстоящих уровней, каждый из которых характе-

ризуется определенным значением K . Угловое распределение осколков определяется тем, через какое именно состояние происходит деление [8]—[10]. Это должно приводить к резкой зависимости углового распределения от энергии падающей частицы при энергии, близкой к пороговой. По-видимому, эффект такого рода обнаружен экспериментально [4], [10]*).

При больших энергиях, как показывают экспериментальные данные, анизотропия углового распределения осколков деления, вызванного нейтронами, увеличивается с увеличением энергии, достигая максимального значения при энергии $7-10$ Мэв, а затем вновь уменьшается (рис. 1). При энергии нейтронов выше 2 Мэв делящееся ядро сильно возбуждено и плотность уровней ядра велика, поэтому механизм возникновения углового распределения будет несколько иным. Можно думать, что при такой энергии «переходное» ядро будет хорошо описываться статистической моделью. Кроме того, при кинетической энергии падающего

*) Эта модель (модель «переходного» ядра) называется полезной также и для объяснения ряда других особенностей деления [11].

нейтрона больше $3-4 M_{эв}$ момент, сообщаемый ядру, велик ($kR \gg 4-5$), что позволяет рассматривать его как классический вектор.

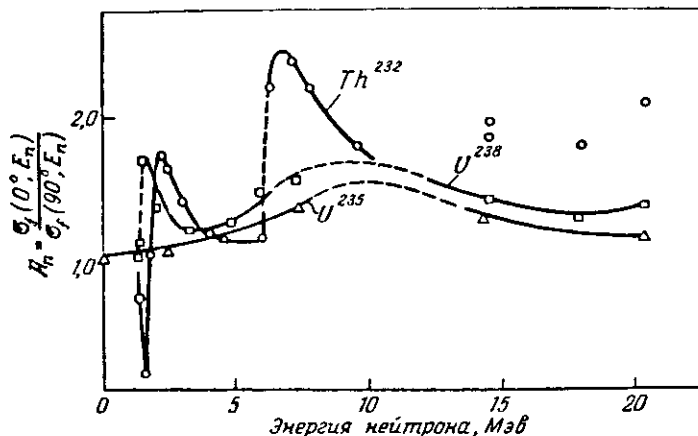


Рис. 1. Зависимость анизотропии углового распределения осколков от энергии нейтронов.

Мы ограничимся случаем, когда ядро-мишень является четно-четным или имеет спин, малый по сравнению с орбитальным моментом налетающей частицы. Качественно роль начального спина совершенно очевидна: чем больше спин ядра-мишени, тем более изотропным будет угловое распределение осколков вследствие худшей ориентации спина составного ядра.

При нулевом или малом спине ядра-мишени можно считать, что момент составного ядра совпадает с орбитальным моментом нейтрона и так же, как и последний, расположен в плоскости, перпендикулярной к пучку нейтронов. Ось симметрии «переходного» ядра совпадает с направлением деления и составляет угол Φ ($\cos \Phi = \frac{K}{i}$) с направлением полного момента*). Произведя

*) Может показаться, что при большом возбуждении K не является квантовым числом, так как нарушается квантово-механическое условие адиабатичности вращения (расстояние между уровнями должно быть велико по сравнению с энергией вращения). В статистическом случае, однако, имеет место другой критерий, а именно: энергия вращения, отнесенная к одной частице, должна быть мала по сравнению со средней энергией частицы [12]. При этом K , будучи средним значением момента нуклонов относительно оси ядра, характеризует вращение ядра как целого относительно оси симметрии.

усреднение по вращению оси ядра около направления спина и по направлениям спина в плоскости, перпендикулярной к пучку, можно определить вероятность данной ориентации оси «переходного» ядра при фиксированных K и i [8]:

$$F_{i,K}(\vartheta) d\Omega = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \vartheta - (K/i)^2}} d\Omega, \quad (1)$$

где ϑ — угол относительно пучка нейтронов; i — полный момент системы; K — его проекция на ось симметрии переходного ядра. Это выражение нужно просуммировать по всем возможным значениям K :

$$F_i(\vartheta) = \sum_{K=0}^i \frac{a(K)}{\sqrt{\sin^2 \vartheta - (K/i)^2}}. \quad (2)$$

Полная вероятность деления из состояния с моментом i

$$W(i) = 2\pi \int_0^{2\pi} \sin \vartheta d\vartheta F_i(\vartheta) = \sum_{K=0}^i a(K). \quad (3)$$

Это соотношение является условием нормировки для $a(K)$. Мы будем предполагать, что вероятность деления из состояния со спином i не зависит от i , т. е.

$$W(i) = \sum_{K=0}^i a(K) = 1. \quad (4)$$

Предположим далее, что вероятность деления с тем или иным значением K пропорциональна числу состояний переходного ядра с данным значением K . Распределение K в переходном ядре согласно статистической теории имеет вид (см. приложение 1):

$$a(K) = \frac{1}{N(i)} \exp \left\{ -\frac{B_z}{T} K^2 \right\} = \frac{1}{N(i)} \exp \{ -\alpha K^2 \}, \quad (5)$$

где B_z — ротационная константа для вращения около оси симметрии ($B_z = \frac{\hbar^2}{2J_z}$, где J_z — компонент момента инерции относительно оси симметрии); T — эффективная температура «переходного ядра», а $N(i)$ — нормировочный множитель, который определяется условием (3).

Заменяя в (2) суммирование по K интегрированием, найдем:

$$F_i(\vartheta) = \frac{i}{N(i)} \exp \left\{ -\frac{\alpha i^2 \sin^2 \vartheta}{2} \right\} \times \\ \times I_0 \left(\frac{\alpha i^2 \sin^2 \vartheta}{2} \right), \quad (6)$$

где I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента. Суммарное угловое распределение получается интегрированием по всем моментам, участвующим в реакции

$$F(\vartheta) = \int_0^{i_{\max}} F_i(\vartheta) i di, \quad (7)$$

где $i di$ — вероятность захвата нейтрона с моментом i ; $i_{\max} \simeq kR$ — максимальный момент, вносимый нейтроном, где R — радиус ядра-мишени; k — волновой вектор нейтрона. Для заряженных частиц $i_{\max} \simeq kR \sqrt{1 - V/E}$, где V — энергия кулоновского барьера, а E — энергия частицы.

При нормировочном условии (4) интеграл (7) нельзя вычислить в общем виде. Для простоты мы положим $N(i) = i$, что, строго говоря, верно только для малых αi^2 . Однако можно показать, что замена точного условия нормировки $a(K)$ приближенным дает некоторое уменьшение вклада больших i в интеграле (7), но практически не отражается на угловом распределении, приводя лишь к некоторому уменьшению параметра $x_0 = \alpha(kR)^2$, соответствующего данной анизотропии. С приближенной нормировкой $N(i) = i$ интеграл (7) легко вычисляется:

$$F(\vartheta) = f(x) = \\ = \exp \left(-\frac{x}{2} \right) \left[I_0 \left(\frac{x}{2} \right) + I_1 \left(\frac{x}{2} \right) \right], \quad (8)$$

где $x = x_0 \sin^2 \vartheta$. Угловое распределение (8) нормировано на единицу при $\vartheta = 0^\circ$. График функции $f(x)$ приведен на рис. 2.

Угловое распределение (8) симметрично относительно $\vartheta = 90^\circ$ и имеет максимумы при 0° и 180° . Наличие максимумов в угловом распределении при $\vartheta = 0^\circ, 180^\circ$ является следствием того, что распределение $a(K)$ имеет максимум при $K = 0$ [8], [9].

На рис. 3 приведено угловое распределение осколков деления U^{238} и Th^{232} под действием нейтронов с энергией соответственно

7,26 и 7,15 Мэв. Экспериментальные точки нанесены согласно измерениям Бролля и Хенкеля [4]. Кривые проведены согласно формуле (8). Параметр x_0 определялся по

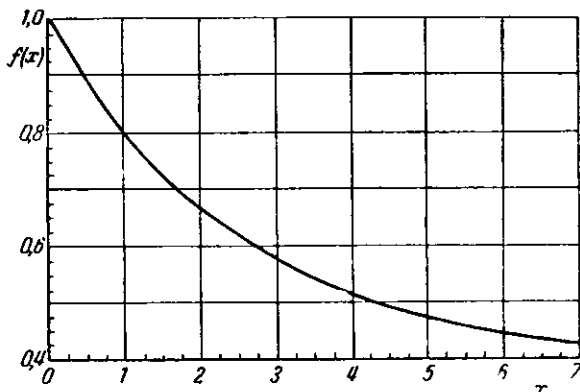


Рис. 2. Угловое распределение осколков деления

$$x = \frac{\hbar^2 (kR)^2}{2J_z T} \sin^2 \vartheta.$$

экспериментальному значению угловой анизотропии $A_n(E_n) = \frac{F(0^\circ)}{F(90^\circ)}$. Эти значения x_0 приведены в подписи под рис. 3. В скобках

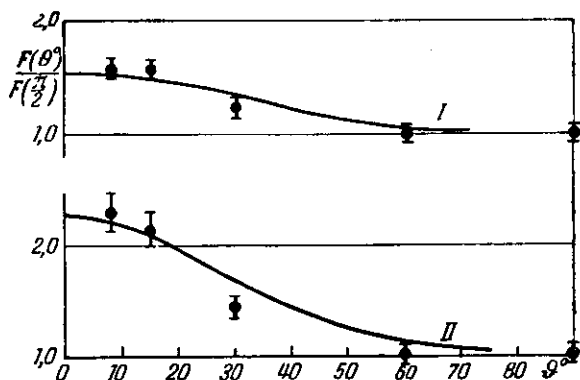


Рис. 3. Угловые распределения осколков деления U^{238} и Th^{232} .

I — кривая для U^{238} , $E_n = 7,26$ Мэв, $x_0 = 2,2(2,0)$; II — кривая для Th^{232} , $E_n = 7,15$ Мэв, $x_0 = 5,7(4,8)$.

даны значения x_0 , полученные при нормировке функции $a(K)$ согласно (4). При $x_0 = 2,0$ α равно 0,08*). При $T = 0,5$ Мэв

*) Это значение может оказаться несколько завышенным, так как величина x_0 зависит от выбора $i_{\max}$ и функции $W(i)$.

ротационная константа B_z получается равной ~ 40 кэв, что приблизительно в 8 раз превосходит значение, соответствующее твердотельному моменту инерции

$$(\hbar^2/2J_{\text{з.т. тел}} \sim 5 \text{ кэв}).$$

Это расхождение не кажется удивительным, так как момент инерции должен был бы совпадать с твердотельным значением лишь при очень большом возбуждении. Так как в действительности энергия возбуждения не очень велика, момент инерции может быть значительно меньше $J_{\text{з.т. тел}}$, в особенности если «переходное» ядро по своей структуре близко к магическому ядру (мало нуклонов вне заполненных оболочек). С этой точки зрения можно также качественно объяснить различие в величине анизотропии в случае урана и тория, а также некоторое различие в зависимости анизотропии от энергии для этих ядер, которое особенно заметно вблизи барьеров деления.

В статистической модели зависимость анизотропии углового распределения осколков от энергии налетающей частицы определяется зависимостью от энергии параметра x_0 . Увеличение анизотропии с энергией, которое наблюдается вплоть до энергии нейтрона ~ 10 Мэв, связано с увеличением момента, сообщаемого ядру при захвате частицы. Уменьшение анизотропии при большей энергии может быть связано с увеличением момента инерции «переходного» ядра. Кроме того, при такой энергии становится возможным эмиссионное деление (деление после вылета нейтрона) и деление при неупругом рассеянии нейтронов. При энергии нуклонов больше 50–60 Мэв ядра перестают быть «черными». При такой энергии начинает преобладать ядерный каскадный процесс, при котором значительная часть энергии и момента уносятся одним или несколькими «быстрыми» нуклонами. Кроме того, с большой вероятностью может происходить эмиссионное деление. Ясно, что в этом случае угловое распределение осколков будет более изотропным, чем в случае «черного» ядра. Если в результате ядерного каскадного процесса ядру будет передан момент, направленный вдоль импульса налетающей частицы, угловое распределение осколков будет иметь максимум при $\vartheta = 90^\circ$. Угловое распределение осколков при делении proto-

нами большой энергии изучалось в работах [13], [14].

Наряду с рассмотренной моделью «переходного» ядра возможна в принципе другая интерпретация углового распределения осколков деления. Можно предположить, что возникновение анизотропии углового распределения связано с зависимостью плотности уровней осколков от величины их спинов. Действительно, простой статистический анализ показывает, что плотность уровней ядра убывает с увеличением спина. Вследствие этого при делении более вероятным будет образование осколков с малыми спинами. Орбитальный момент осколков $l = i - s$, где $s = j_1 + j_2$, j_1 и j_2 — спины осколков, будет ориентирован преимущественно вдоль спина составного ядра. Это приведет к соответствующей угловой анизотропии осколков. Угловое распределение осколков при этом описывается той же формулой (8) (см. приложение 2), с той лишь разницей, что вместо момента инерции «переходного» ядра в параметр x_0 входит момент инерции осколков относительно прямой, соединяющей их центры: $J_{\text{оск}} = J_1 + J_2$, а вместо температуры «переходного» ядра — температура осколков. Так как температура осколков равна приблизительно 1,0–1,2 Мэв, то для получения экспериментального значения анизотропии придется допустить, что для U^{238} $J_1 + J_2$ в 13–15 раз меньше суммы твердотельных моментов инерции осколков. Кроме того, рассматривая только статистическое распределение для осколков, нельзя, очевидно, объяснить значительную разницу в величине угловой анизотропии для урана и тория и монотонность зависимости анизотропии от энергии нейтрона вблизи порога деления. С другой стороны, рассматривая лишь состояние ядра вблизи седловой точки, вряд ли можно объяснить наблюдавшуюся экспериментально [1], [2], [6], [7] связь между анизотропией и асимметрией деления. Как показал Фонг [15], внутренняя структура осколков играет значительную роль: при асимметричном делении осколки получают наиболее близкими к магическим, что может приводить к преобладанию асимметричного деления. Увеличение анизотропии при асимметричном делении можно было бы объяснить меньшей величиной моментов инерции у ядер, близких к магическим. С этой точки зрения уменьшение анизотропии при энергии ней-

тронов больше 10 $M\text{эв}$ частично может быть связано с увеличением вклада симметричного деления.

Случай фотodelения отличается тем, что при фотodelении ядру передается небольшой момент. Для дипольных квантов и четно-четного ядра-мишени угловое распределение осколков выражается формулой [9]

$$F_{\gamma}(\vartheta) = \sum_{K=0, \pm 1} a(K) |D_{1K}^1|^2, \quad (9)$$

где D_{MK}^i — матрица неприводимого представления группы вращения

$$|D_1^1|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta, \quad |D_{1\pm 1}^1|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 \vartheta.$$

Естественно предположить, что параметр a в формуле (5) определяется в основном энергией возбуждения и не зависит от типа налетающей частицы. Для фотонов с энергией $\sim 10 - 15 M\text{эв}$, что соответствует нейтронам с энергией $\sim 5 - 10 M\text{эв}$, $a = 0,1$. Для анизотропии углового распределения при этом получается значение $A_{\gamma} = \frac{F(90^\circ)}{F(0^\circ)} \approx 1,05$. На опыте обычно наблюдается значительно большая анизотропия, однако ввиду того, что при этом используются γ -кванты с непрерывным спектром, большая анизотропия может быть связана с делением, вызванным квантами малой энергии. Это подтверждается опытами Уинхолда и Халперна [7], показавшими, что анизотропия углового распределения осколков фотodelения обусловлена фотонами с энергией, превышающей пороговую не более чем на 2–3 $M\text{эв}$.

Автор выражает благодарность Б. Т. Гейлиману за обсуждение работы и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Формула (5), дающая распределение K , может быть получена непосредственно на основе статистической модели ядра. Рассмотрим нуклонный газ, находящийся в аксиально-симметричном поле. В таком поле интегралом движения будет проекция момента на ось симметрии. Ее среднее значение равно

$$\bar{K} = \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} dz dK g(\varepsilon, K) f(\varepsilon, K), \quad (10)$$

где $g(\varepsilon, K)$ — число состояний с данным K в интервале энергии $d\varepsilon$; $f(\varepsilon, K)$ — функция заполнения. Для свободных ферми-частиц

$$f(\varepsilon, K) = \left\{ \exp \left(\frac{\varepsilon - \xi_0 - \gamma K}{T} \right) + 1 \right\}^{-1}.$$

где ξ_0 — энергия Ферми; T — температура; $\gamma/\hbar$ — угловая скорость.

Разложив $f(\varepsilon, K)$ в ряд по γ , найдем с точностью до членов порядка T/ξ_0 и $E_{\text{вп}}/A\xi_0$: $\bar{K} = J_z \gamma / \hbar$, где

$$J_z = \hbar^2 \int_{-\infty}^{+\infty} K^2 dK g(\xi_0, K). \quad (11)$$

В несколько ином виде момент инерции можно записать как

$$J_z = \hbar^2 \bar{K}^2 / D_0, \quad (11a)$$

где $D_0 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} g(\xi_0, K) dK \right]^{-1}$ — есть среднее расстояние между уровнями ядра вблизи основного состояния, а $\bar{K}^2 = D_0 \int_{-\infty}^{+\infty} K^2 g(\xi_0, K) dK$ — среднее значение $\bar{K}^2$ для этих состояний.

Замечая далее, что $\frac{\partial S}{\partial K} = -\frac{\gamma}{T}$, найдем энтропию системы $S = S_0 - \frac{\hbar^2 K^2}{2J_z T}$, где S_0 не зависит от K *). Распределение K определяется формулой

$$a(K) \sim \exp S(K) \sim \exp \left\{ -\frac{\hbar^2 K^2}{2J_z T} \right\}.$$

Для идеального ферми-газа формула (11) даст для момента инерции значение, соответствующее твердотельному моменту инерции; при этом $\bar{K}^2 \approx \frac{1}{\hbar^2} (2m\xi_0 b^2)$, где b — малая полуось ядра.

Однако при выводе этой формулы наряду с квазиклассичностью движения нуклонов существенно предположение, что допускается замена суммирования по состояниям интегрированием по энергии. Для этого необходимо, чтобы температура была велика по сравнению с расстоянием между нижними уровнями ядра. В реальных ядрах при возбуждении $\lesssim 10 - 20 M\text{эв}$ эти величины, по-видимому, одного порядка, а квантовые числа невелики, что заставляет ожидать значительного отклонения J_z от твердотельного значения при таких возбуждениях. Ясно также, что эти отклонения от значения J_z тв. тел. должны увеличиваться по мере приближения к ядрам с заполненными оболочками. Взаимодействие между нуклонами также может привести к отличию момента инерции от значения J_z тв. тел. Формула (11a) качественно отражает зависимость J_z от D_0 и структуры первых уровней ядра. Так, меньшему значению $\bar{K}^2$ соответствует меньшее значение момента инерции.

*) Этот метод был использован Бете [16] при выводе статистической формулы для плотности уровней с данным моментом.

2. Плотность состояний осколков с данным значением суммарного спина $s = j_1 + j_2$ равна

$$\rho(s) = \int [\rho_1(j_1) \rho_2(j_2)] |s = \text{const} dj_1 dj_2,$$

где $\rho(j)$ — плотность уровней осколка со спином j . В статистической теории для $\rho(j)$ получается выражение $\rho(j) = \rho_0 \exp(-\alpha j^2)$, где $\alpha = \frac{\hbar^2}{2JT}$; J — момент инерции, а T — температура осколка (предполагается, что $j \gg 1$).

После интегрирования по j_1 и j_2 получим:

$$\rho(s) \sim \exp \left\{ -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} s^2 \right\} = \exp \left\{ -\frac{\hbar^2 s^2}{2(J_1 + J_2)T} \right\} \\ (T_1 = T_2 = T). \quad (12)$$

Распределение проекции вектора s на направление разлета осколков, а вместе с ним распределение проекции i на это направление (K) дается формулой (проекция орбитального момента на направление разлета осколков равна нулю)

$$\rho_{\text{оск}}^{(K)} = \int_K^{\infty} s \rho(s) ds \sim \exp \left\{ -\frac{\hbar^2 K^2}{2(J_1 + J_2)T} \right\}.$$

Это выражение совпадает с распределением (5), поэтому в результате расчета, аналогичного изложенному выше, получается та же формула (8), в которой $J_2 = J_1 + J_2$, а T — температура осколков. Угловое распределение осколков при нулевом спине ядра-мишени всегда можно записать в виде [9]

$$F(\theta) \sim \sum_{K=0}^i a(K) |D_{0K}^i|^2 \sim \sum_K a(K) |Y_{i,K}(\theta)|^2.$$

Функция (1) является аналогом квантово-механического распределения $|Y_{i,K}|^2$, где $Y_{i,K}$ — шаровая гармоника. Поэтому применение формулы (2) не связано с моделью деления. Формулу (8) можно получить также другим способом, рассматривая непосредственно угловое распределение частиц с орбитальными моментами, распределенными согласно (12), где нужно положить $s = i - 1$.

Поступила в редакцию 27 X 1956 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. L. Cohen, W. H. Jones, G. H. McCormick, B. L. Ferrell, Phys. Rev. 94, 625 (1954).
2. B. L. Cohen, B. L. Ferrell-Bryan, D. J. Coombe, M. K. Hullings, Phys. Rev. 98, 685 (1955).
3. J. E. Brolley, W. C. Dickinson, Phys. Rev. 90, 388 (1953); 94, 640 (1954); J. E. Brolley, W. C. Dickinson, R. L. Henkel, Phys. Rev. 99, 159 (1955).
4. R. L. Henkel, J. E. Brolley, Phys. Rev. 103, 1292 (1956).
5. E. J. Winhold, P. T. Demos, I. Halpern, Phys. Rev. 85, 728 (1952); 87, 1139 (1952).
6. A. W. Fairhall, I. Halpern, E. J. Winhold, Phys. Rev. 94, 733 (1954).
7. E. J. Winhold, I. Halpern, Phys. Rev. 103, 990 (1956).
8. О. Б о р, On the Theory of Nuclear Fission (Доклад № 911, представленный Давией на Международную конференцию по мирному использованию атомной энергии, Женева, 1955). См. также Проблемы современной физики № 1 (1956).
9. В. М. Струтинский, ЖЭТФ 30, 606 (1956).
10. D. M. Chase, L. Wilets, Phys. Rev. 103, 1296 (1956).
11. Дж. Уиллер, Атомная энергия, № 5, 71 (1956).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, гл. III, Гостехиздат, М., 1951.
13. О. В. Ложкин, Н. А. Перфилов, В. Г. Шамоу, ДАН 103, 407 (1955).
14. R. L. Wolke, Phys. Rev. 98, 1199 (1955).
15. P. Fong, Phys. Rev. 102, 434 (1956).
16. Г. Бете, Физика ядра, ч. II, Гостехиздат, М., 1948.