

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гикал Б.Н., Иткис М.Г., Кадыржанов К.К. и др. Обоснование создания в Евразийском национальном университете им. Л.Н. Гумилева междисциплинарного научно-исследовательского комплекса на базе ускорителя тяжелых ионов. Отчет. Алма-Ата, 2003. 67 с.
2. Ferain E., Legras R. Characterization of nanoporous particle track etched membranes. — Nucl. Instrum. Meth. in Phys., 1977, v. 131, p. 97—102.
3. Gikal B., Gulbekian G., Dmitriev S. e.a. Project of the DC-60 cyclotron with smoothly ion energy variation for research center at L.N. Gumilev Euroasia state university in Astana (Kazakhstan). — In: Proc. XVII Intern. Conf. on Cyclotrons and Their Applications. Tokyo, Japan, 2004, p. 205—207.
4. Гикал Б.Н., Гульбекян Г.Г., Иваненко И.А. и др. Формирование магнитного поля циклотрона ДЦ-60: Препринт ОИЯИ Р9-2006-151, 2006. 12 с.
5. Efremov A., Kutner V., Bogomolov S. e.a. Ion source DECRIS-3. — In: Proc. of the 14th Intern. Workshop on ECRIS. CERN, Geneva, Switzerland, 1999, p. 31—34.
6. Efremov A., Kutner V., Bogomolov S. e.a. Design aspect and status of construction of the mVINIS ion source. — Rev. Sci. Instrum., 1998, v. 69, № 2, p. 679—681.
7. Гикал Б.Н., Гульбекян Г.Г., Казаринов Н.Ю. и др. Канал аксиальной инжекции циклотрона ДЦ-60. Сообщение ОИЯИ Р9-2006-39, 2006. 17 с.
8. Alexandrov V., Kazarinov N. Space charge dominated beam. — In: Proc. of the Workshop on Physics for Heavy Ion Fusion ECR-Sources. Riken, Japan, 1998, p. 49—51.
9. Гикал Б.Н., Гульбекян Г.Г., Калагин И.В. и др. Система транспортировки пучков тяжелых ионов, выведенных из циклотрона ДЦ-60. Сообщение ОИЯИ Р9-2006-37, 2006. 12 с.

Поступила в Редакцию 23.07.07

УДК 621.039.31

ОЦЕНКА МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ПОТОКОВ ЧАСТИЦ В ТОНКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТЕКТОРАХ

Гуревич М.И., Тельковская О.В., Шкаровский Д.А. (РНЦ «Курчатовский ин-т»)

При решении задач переноса частиц методом Монте-Карло существует трудность оценок интегралов потока по очень маленьким объемам [1]. Любой детектор, введенный в систему, не может быть большим, иначе он бы влиял на всю структуру потока частиц. Значительная часть неаналоговых методов была разработана для расчета таких интегралов [1, 2]. Метод Монте-Карло позволяет даже без неаналоговых методов решать эту задачу тогда, когда малый объем области связан с малостью лишь одного измерения — тонких пленок. В этом случае применяется оценка по пробегам [1—3].

Хорошо известен алгоритм оценки потока в точке [2], но он предполагает либо изотропность потока, что есть грубое приближение, либо наличие эффективного алгоритма расчета дифференциального сечения рассеяния, что часто не осуществимо или очень трудоемко.

Точку можно назвать нульмерным детектором, встречаются и одномерные детекторы. Например, родиевый детектор ВРК имеет диаметр во много раз меньше, чем его высота. В работе предложены алгоритмы получения несмещен- где оператор T описывает создание частицами потока до первого столкновения; S — оператор

ных оценок для интегралов потоков в одномерных детекторах, которые достаточно эффективно реализуются в программных комплексах типа MCU [3].

Обозначения и основные предположения.

Координаты фазового пространства используются в виде $(\mathbf{r}, \Omega, E)$, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор положения частицы; Ω — направление полета; E — энергия.

Все процессы происходят в области фазового пространства $C_0 \times S^2 \times [0, \infty)$, где C_0 — замкнутая ограниченная выпуклая область; S^2 — двумерная сфера единичного радиуса. На границах области C_0 заданы условия поглощения. Используются следующие функции на фазовом пространстве: q — внешний источник нейтронов; Φ — поток нейтронов; g — плотность генерации нейтронов деления; f_c — плотность столкновений нейтронов с ядрами вещества; f_s — плотность рассеяния нейтронов ядрами.

Неоднородное стационарное кинетическое уравнение может быть записано как [4—6]:

$$\Phi = T(f_s + g + q); \quad f_c = \Sigma_t \Phi; \quad f_s = S f_c; \quad g = F f_c, \quad (1)$$

рассеяния; F — оператор генерации нейтронов

деления; $\Sigma_t(\mathbf{r}, E)$ — полное макроскопическое сечение, не зависящее от направления полета.

В дальнейшем используются два предположения:

внешний источник q изотропен, так что может быть записан как $q(\mathbf{r}, E)$;

в операторе S зависимость между Ω' — направлением полета до рассеяния и Ω — направлением полета после рассеяния сводится к распределению $\mu = (\Omega, \Omega')$.

Таким образом, Ω равномерно распределено по конусу с осью Ω' .

Оптический путь L между точками $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ при энергии E определяется выражением [1]

$$L(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, E) = \int_0^l \Sigma_t(\mathbf{r}_1 + \Omega s, E) ds,$$

где $l = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ — геометрическое расстояние между точками; $\Omega = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/l$ — направление полета.

Действие сопряженного к T оператора на функцию $f(\mathbf{r}, \Omega, E)$ выражается формулой [6]

$$(T^* f)(\mathbf{r}, \Omega, E) = \int_0^\infty f(\mathbf{r} + \Omega s, \Omega, E) \exp[-L(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Omega s, E)] ds. \quad (2)$$

Объемный функционал потока имеет вид

$$\langle J, \Phi \rangle \equiv J(\Phi) = \int_{C_0} \int_{S^2} \int_0^\infty \Phi \Phi dE d\Omega d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где Φ — функция на фазовом пространстве. Значение $J(\Phi)$ может быть оценено по совокупности событий рассеяния и рождения частиц в результате деления или внешнего источника. Каждое такое событие, дающее частицу в точке $(\mathbf{r}, \Omega, E)$, вносит вклад в оценку

$$y(\mathbf{r}, \Omega, E) = \int_0^\infty \Phi(\mathbf{r} + \Omega s, \Omega, E) \exp[-L(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Omega s, E)] ds. \quad (4)$$

Это следует из формул (1) и (2), так как $\langle J, \Phi \rangle = \langle J, T(f_s + g + q) \rangle = \langle T^* J, f_s + g + q \rangle$.

Для метода Монте-Карло оценка функционала будет иметь вид

$$J = N^{-1}(J_s + J_g + J_q), \quad (5)$$

где число N для решения неоднородной задачи есть сумма статистических весов частиц, соз-

данных при моделировании внешнего источника, для однородной число N равно общему числу нейтронов деления.

Член J_s соответствует сумме по $\{(\mathbf{r}_\alpha, \Omega_\alpha, E_\alpha)\}$ — совокупности точек рассеяния

$$J_s = \sum_\alpha y(\mathbf{r}_\alpha, \Omega_\alpha, E_\alpha).$$

Аналогично $\{(\mathbf{r}_\beta, \Omega_\beta, E_\beta)\}$ для суммы J_g есть совокупность точек появления нейтронов деления, $\{(\mathbf{r}_\kappa, \Omega_\kappa, E_\kappa)\}$ для J_q — совокупность точек появления частиц из источника. В случае неоднородной задачи оценка (5) несмещенная [1]. В случае однородной задачи смещение не отличается от классических оценок, например, по пробегу [2, 3].

Одномерные функционалы. В дальнейшем считаем, что функция Φ не зависит от направления полета частицы Ω , а зависимость от положения в пространстве сводится к тому, что вне некоторой области детектирования $R_D \subset C_0$ функция Φ тождественно равна нулю. Функционал имеет вид

$$\langle J, \Phi \rangle = \int_{R_D} \int_0^\infty \Phi(E) \Phi(\mathbf{r}, E) dE d\mathbf{r},$$

где $\Phi(\mathbf{r}, E) = \oint \Phi(\mathbf{r}, \Omega, E) d\Omega$.

Кривая R_1 есть образ гладкого взаимно однозначного отображения $U = (u_0, u_1)$ в трехмерное пространство $\psi(u)$, где u есть параметр длины кривой. $R_{1\varepsilon}$ обозначает ε -окрестность этой кривой.

Определим функционал $J_{1\varepsilon}$ по формуле

$$\langle J_{1\varepsilon}, \Phi \rangle = \pi^{-1} \varepsilon^{-2} \int_0^\infty \Phi(E) \int_{R_{1\varepsilon}} \Phi(\mathbf{r}, E) d\mathbf{r} dE,$$

одномерный функционал — как предел

$$\langle J_1, \Phi \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \langle J_{1\varepsilon}, \Phi \rangle.$$

Формулы (4), (5) не могут быть непосредственно использованы в методе Монте-Карло, так как вероятность для события, входящего в одну из сумм J_s, J_g, J_q дать ненулевой вклад в оценку, стремится к нулю вместе с $\varepsilon \rightarrow 0$. Для модификации оценки используется следующее предложение.

Предложение 1. Пусть моделируются цепи Маркова, обладающие следующими свойствами: пространство состояний A распадается на N непересекающихся подмножеств, называемых в

дальнейшем слоями, и поглощающее состояние D , т.е.

$$A = \{D\} \cup A_0 \cup A_1 \cup \dots \cup A_{N-1};$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset; \quad D \notin A_i;$$

начальное состояние может принадлежать лишь слою A_0 .

Из состояния $a \in A_i$ можно перейти лишь в следующий слой A_{i+1} (где $i+1$ понимается по модулю N) или поглощающее состояние — обрыв цепи. Плотность переходов распадается на N блоков $p_i(a, b) = p_i(a \rightarrow b)$, где $a \in A_i$, $b \in A_{i+1}$.

Длиной цепи m будет называться число состояний из слоя A_{N-1} . Таким образом, любая цепь имеет вид $a_{10}, a_{20}, \dots, a_{N-1,0}, a_{11}, a_{21}, \dots, a_{N-1,m}, a_{0,m+1}, \dots, a_{k,m+1} D$, причем $k < N-1$.

С помощью этих цепей и функции z , задаваемой на слое A_{N-1} , оценивается функционал J_0 :

$$J_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m(j)} z[a_{N-1,i}(j)],$$

где j — номер цепи; n — общее число цепей.

На множестве A_k ($k < N-1$) задана случайная функция $\zeta(a)$, причем для любого $a \in A_k$ выполнено соотношение

$$M\zeta(a) = \int \dots \int_{A_{k+1} \dots A_{N-1}} p_k(a, b_1) \dots p_{N-2}(b_r, b_{r+1}) \times$$

$$\times z(b_{r+1}) d\mu(b_1) \dots d\mu(b_{r+1}), \quad (6)$$

где $r = N-2-k$; $b_s \in A_{k+s}$; M — символ математического ожидания.

Следующая оценка имеет то же математическое ожидание, что J_0 :

$$J_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m(j)} \zeta[a_{ki}(j)].$$

Доказательство. Обе оценки базируются на одних и тех же цепях Маркова. В суммах J_0 и J_1 одно и то же число слагаемых (если цепь включает состояние $a_{k,m+1}$, член $\zeta(a_{k,m+1})$ в сумму J_1 не входит). Достаточно рассмотреть лишь одну цепь (опустив индекс j), а в ней только одно значение индекса i и показать равенство условных математических ожиданий слагаемых при условии $a_{ki} = a$, где a — произвольный элемент из A_k . Для первой оценки имеем

$$\int_{A_{N-1}} p(b | a_{ki} = a) z(b) d\mu(b).$$

По общим формулам для цепей Маркова [7, 8]

$$p(b | a_{ki} = a) = \int \dots \int_{A_{k+1} \dots A_{N-2}} p_k(a \rightarrow b_1), \dots, p_{N-1}(b_r, b) \times$$

$$\times d\mu(b_r), \dots, d\mu(b_1),$$

где $r = N-2-k$.

Подставляя это выражение в предыдущий интеграл и назвав величину b величиной b_{r+1} , получаем правую часть равенства (6).

Предложение доказано.

В дальнейшем при трактовке понятия траектории любое поглощение понимается как ее обрыв, нейтрон деления начинает новую траекторию. Будем считать событием слоя A_2 частицу перед началом свободного полета. Слой A_0 будет состоять из трех частей. Первая часть I_0 есть событие появления из внешнего источника частиц с уже определенной энергией, но с неопределенным направлением полета. Вторая часть F_0 соответствует произошедшему делению ядра, когда энергия вторичных частиц определена, а направление еще нет. Эти события имеют только фазовые координаты $\mathbf{r}$ и E . Часть C_0 — это факты столкновений частиц с ядрами, после которых не произошло поглощения. Имеются все фазовые координаты, соответствующие состоянию перед столкновением.

Моделирование происходит по схеме $A_0 \rightarrow A_2 \rightarrow A_0 \rightarrow \dots$. Для построения алгоритма введен дополнительный слой A_1 , который не несет физического смысла. Он разбивается на три части I_1 , F_1 и S_1 , причем из части I_0 происходит переход лишь в I_1 , из части F_0 в F_1 , из C_0 в S_1 . Часть $I_1(F_1)$ соответствует уже введенной части $I_0(F_0)$, переход из $I_0(F_0)$ в $I_1(F_1)$ ничего не меняет, обрыв цепочки никогда не происходит. Фиктивный переход нужен для обеспечения одинакового перебора слоев.

Часть S_1 соответствует состоянию частицы, когда уже определено, что произошло рассеяние и выбраны новая энергия E и косинус угла отклонения μ .

Ясно, что моделирование можно считать соответствующим схеме

$$\begin{array}{l} I_0 \rightarrow I_1 \\ F_0 \rightarrow F_1 \\ C_0 \rightarrow S_1 \end{array} \rightarrow A_2 \rightarrow \dots$$

Оценка (5) определена на слое A_2 . Сумма J_q соответствует событиям из A_2 , получившимся из событий части I_1 , сумма J_g — F_1 , J_s — S_1 . Перенесение оценки со слоя A_2 на слой A_1 есть модификации сумм J_q, J_g, J_s .

Модификация сумм J_q и J_g . Событие из множества I_1 определено парой $(\mathbf{r}, E)$. При переходе к A_2 эта пара дополняется до тройки $(\mathbf{r}, \Omega, E)$, причем Ω равномерно распределено по сфере, т.е. $p((r, E) \rightarrow (\mathbf{r}, \Omega, E)) = 1/(4\pi)$.

В качестве функции на последнем слое z берется функция $y(\mathbf{r}, \Omega, E)$, определенная по формуле (4). В качестве ζ использована детерминированная функция $y_2(\mathbf{r}, E)$, определенная соотношением (6).

Таким образом,

$$y_2(r, E) = \frac{1}{4\pi} \oint y(r, \Omega, E) d\Omega. \quad (7)$$

В оценке (4) можно заменить сумму J_q на сумму J_{q2} вида

$$J_{q2} = \sum_{\kappa} y_2(r_{\kappa}, E_{\kappa}).$$

Точно так же сумма J_g в силу изотропности нейтронов деления может быть заменена суммой

$$J_{g2} = \sum_{\beta} y_2(r_{\beta}, E_{\beta}).$$

В суммах J_{q2} и J_{g2} при изменении Ω по всей сфере всегда имеются лучи, пересекающие кривую. Следует только рассчитать величину $y_2/(\pi\epsilon^2)$ для вклада в $J_{1\epsilon}$ и при стремлении ϵ к 0.

Так как весовая функция любого функционала предполагается независимой от направления полета, то интеграл (3) можно представить в виде

$$\varphi(E) \int_{R_D} \Phi_{p0}(r', E) dr',$$

где $\Phi_{p0}(r', E) = (4\pi)^{-1} |r' - r|^{-2} \exp(-L(r, r', E))$.

Если положение источника $\mathbf{r}$ не лежит на кривой R_1 , то для достаточно малых ϵ $\mathbf{r} \notin R_{1\epsilon}$, следовательно, Φ_{p0} — гладкая функция, и получается обычный криволинейный интеграл по длине кривой [9]

$$\frac{1}{\pi\epsilon^2} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{R_{1\epsilon}} \Phi_{p0}(\mathbf{r}', E) d\mathbf{r}' = \varphi(E) \int_U \Phi_{p0}(\psi(u), E) du. \quad (8)$$

По формулам (7), (8) определяются вклады $y_2(\mathbf{r}, E)$ для событий из частей I_1 и F_1 .

Криволинейный интеграл можно оценивать методом Монте-Карло, выбирая точки с известной функцией распределения по длине кривой. Это внесет дополнительную дисперсию в оценку, но не приведет к смещению.

Модификация суммы J_s . Событие из множества S_1 определено набором $(\mathbf{r}_0, \Omega_c, \mu, E)$, где Ω_c — направление полета частицы до столкновения. При переходе к событию $(\mathbf{r}_0, \Omega, E) \in I_2$ происходит равновероятный выбор направления, удовлетворяющего равенству $(\Omega, \Omega_c) = \mu$.

Возможные значения Ω образуют окружность на единичной сфере, параметризованную величиной $\tau \in [0, 2\pi]$. Функция $y(\mathbf{r}_0, \Omega, E)$ переносится с множества S_2 на множество S_1 в виде детерминированной функции $y_1(\mathbf{r}_0, \Omega_c, \mu, E)$ с помощью формулы (6). В результате получим выражение, опуская постоянную $\varphi(E)$:

$$y_1(\mathbf{r}_0, \Omega_c, \mu, E) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y(\mathbf{r}_0, \Omega(\tau, \Omega_c, \mu), E) d\tau. \quad (9)$$

Сумму J_s в оценке (5) целесообразно заменить на J_{s1} — сумму вкладов вида (9), так как для случайного конуса вероятность пересечься с одномерной линией положительна.

Будем оценивать интеграл (9), предполагая, что конус $K = K(\mathbf{r}_0, \Omega_c, \mu)$ нигде не касается линии детектора. В силу ее гладкости число точек пересечения с конусом конечно. При достаточно малом ϵ $R_{1\epsilon} \cap K$ состоит из отдельных связанных поверхностей, каждая из которых содержит лишь одну точку пересечения. Интеграл (9) для функционала $J_{1\epsilon}$ разбивается на сумму по числу этих малых поверхностей. Достаточно провести вычисления по одной такой поверхности, обозначаемой P_{ϵ} . Содержащуюся в ней точку пересечения конуса с линией детектора обозначим $\mathbf{r}_1 = \psi(u_1)$.

Единичный касательный вектор в этой точке обозначим $\mathbf{w} = d\psi/du$. Единичный вектор внутренней нормали к поверхности конуса в точке $\mathbf{r}_1$ обозначим $\mathbf{m}$, касательная плоскость в этой точке имеет уравнение $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, \mathbf{m}) = 0$. Обозначим τ_1 такое значение параметра $\tau \in (0, 2\pi]$, при котором $\Omega(\tau_1) = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0|$.

Обозначим $\Lambda_{\epsilon}(\tau)$ пересечение луча $\{\mathbf{r}_0 + \Omega(\tau)s\}$ ($s \geq 0$) и поверхности P_{ϵ} . Определим множество T_{ϵ} как $\{\tau \in [0, 2\pi] | \Lambda_{\epsilon}(\tau) \neq \emptyset\}$. Для достаточно малых ϵ множество T_{ϵ} есть интервал на $(0, 2\pi)$. Используя формулы (4) и (6), получим следующее выражение для слагаемого, соответствующего точке $\mathbf{r}_1$:

$$\frac{1}{2\epsilon^2 \pi^2} \int_{T_{\epsilon} \cap \Lambda_{\epsilon}(\tau)} \int \exp(-L[\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0 + \Omega(\tau)s, E]) ds d\tau. \quad (10)$$

Поверхность P_{ϵ} принадлежит конусу $K = \{\mathbf{r}_0 + \Omega(\tau)s\}$ ($s \geq 0, 0 \leq \tau < 2\pi$), элемент площади

есть $d\sigma(\mathbf{r}) = \lambda s ds d\tau$, где $\lambda = (1 - \mu^2)^{-1/2}$. При $\varepsilon \rightarrow 0$ величина $L(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, E)$ сходится к $L(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, E)$ для любого $\mathbf{r} \in P_\varepsilon$, $s = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \rightarrow |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0|$, и выражение (10) может быть заменено на

$$\frac{1}{2\varepsilon^2 \pi^2 \lambda |r_1 - r_0|} \exp[-L(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, E)] \int_{P_\varepsilon} d\sigma = \frac{1}{2\varepsilon^2 \pi^2 \lambda |r_1 - r_0|} \exp[-L(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, E)] \sigma(P_\varepsilon), \quad (11)$$

где $\sigma(P_\varepsilon)$ — площадь поверхности P_ε .

Для малых ε поверхность P_ε может быть заменена ее проекцией на касательную в точке $\mathbf{r}_1$ плоскость, а высекающее ее множество $R_{1\varepsilon}$ — на цилиндр с радиусом ε , осью которого является касательная прямая к кривой в точке $\mathbf{r}_1 = \psi(u_1)$. Для такой измененной поверхности P'_ε имеем $\sigma(P'_\varepsilon) = \pi\varepsilon^2/(\mathbf{w}, \mathbf{m})$. При стремлении ε к 0 выражение (11) может быть заменено на

$$0,5(\pi\lambda |r_1 - r_0|)^{-1}(\mathbf{w}, \mathbf{m})^{-1} \exp[-L(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, E)]. \quad (12)$$

Сумма этих выражений для всех точек $\mathbf{r}_1$ пересечения кривой линии и конуса и есть искомое значение вклада $y_1(\mathbf{r}_0, \Omega_c, \mu, E)$.

Для вычисления выражений (12) требуется решить две задачи: определение точек пересечения $\{\mathbf{r}_1\}$ и расчет оптической длины, что имеет приемлемую трудоемкость [2, 3]. Первая задача тривиальна лишь в том случае, когда кривая линия R_1 сводится к прямой, точки $\mathbf{r}_1$ могут быть определены из решения квадратного уравнения. Даже расчет пересечения окружности и конуса, осуществляемый при каждом столкновении, приближается по своей трудоемкости к работе геометрического и физического модулей [3]. Однако легко рассчитать расстояние от точки до окружности, и если в системе нет пустот, отбрасывается заведомо малый вклад. Для более сложных кривых, особенно не лежащих на плоскости, трудоемкость расчета пересечения конусов и кривой может сделать алгоритм бессмысленным.

Существуют два класса задач, где рассматриваемый алгоритм может принести пользу. Во-первых, это расчеты показаний родиевых датчиков ВРК, которые представляют собой тонкие (радиус ~ 1 мм) и длинные цилиндры, заменяемые прямыми линиями. Во-вторых, если общий размер одномерного детектора мал, то легко исключается область почти нулевой ценности. В оставшейся сравнительно небольшой окрестно-

сти детектора даже при использовании неаналоговых методов число столкновений не очень велико. В этом случае затраты машинного времени на расчет формулы (12) будут допустимы.

Дисперсия оценок. Предлагаемые оценки по формуле (12) имеют несмещенное математическое ожидание и бесконечную дисперсию. Этот факт аналогичен приближенным формулам для оценки показаний точечного детектора [1]. В природе одномерных детекторов не существует, они лишь приближают тонкие проволочки.

При модификации сумм J_q и J_g возникает та же проблема, при приближении точки источника или точки деления к детектору второй момент оценки расходится, поэтому для практического применения предложенные оценки следует изменить.

Предложение 2. Пусть выполнены все условия предложения 1 и имеется последовательность случайных величин $l_i(j)$; $1 \leq j \leq n$; $0 \leq i \leq m(j)$, принимающих значение 0 и 1 и имеющих следующие свойства:

для любых i, j и $a_{ki}(j)$ отсутствует условная корреляция между $l_i(j)$ и $\zeta[a_{ki}(j)]$;

для любых i, j и $a_{ki}(j)$ величины $l_i(j)$ и дальнейшие члены j -й цепи условно независимы.

Термин «условно» подчеркивает тот факт, что упомянутые величины зависят от значения $a_{ki}(j)$, но оно предполагается фиксированным.

При таких предположениях оценка

$$J_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \{l_i(j) \zeta[a_{ki}(j)] + [1 - l_i(j)] z[a_{N-1,i}(j)]\}$$

имеет то же математическое ожидание, что и оценки J_0 и J_1 .

Доказательство. Обозначим M_{jia} условное математическое ожидание при зафиксированных $i, j, a_{ki}(j) = a$. При доказательстве предложения 1 показано:

$$M_{jia} \{\zeta[a_{ki}(j)]\} = M_{jia} \{z[a_{N-1,i}(j)]\}.$$

В силу отсутствия корреляции $M_{jia} \{l_i(j) \zeta[a_{ki}(j)]\} = M_{jia} [l_i(j)] M_{jia} \{\zeta[a_{ki}(j)]\}$.

В силу независимости $l_i(j)$ от дальнейшего построения цепи имеем

$$M_{jia} \{l_i(j) z[a_{N-1,i}(j)]\} = M_{jia} \{l_i(j)\} M_{jia} \{z[a_{N-1,i}(j)]\}.$$

Объединяя эти равенства, получаем для одного члена суммы J_2 выражение

$$M_{jia} \{l_i(j) \zeta[a_{ki}(j)] + [1 - l_i(j)] z[a_{N-1,i}(j)]\} = \\ = M_{jia} \{z[a_{N-1,i}(j)]\},$$

что есть условное математическое ожидание i, j члена суммы J_0 .

Предложение доказано.

Предложение 2 можно интерпретировать следующим образом. После определения состояния цепи $a_{ki}(j)$ по некоторому правилу $l_i(j)$ принимается решение или добавить в сумму оценки новый член ζ , или отложить пополнение суммы до появления состояния $a_{N-1,i}(j)$. В любом случае новый член в сумму добавляется после определения $a_{N-1,i}(j)$, т.е. при отсутствии обрыва цепи между этими состояниями.

Предложение 2 дает возможность избавиться от бесконечности дисперсии. Реальная форма детектора имеет ненулевой объем, так детектор изображается скорее множеством $R_{1\varepsilon}$ для некоторого фиксированного ε , а не линией R_1 .

При возникновении события в множестве A_1 проверяется возможность слишком большого вклада, что и ведет к бесконечности второго момента. Эту проверку можно делать приближенно. В случае близкого положения точки оценка y_2 не используется, а вместо этого в следующем состоянии из A_2 выполняется оценка с помощью одного луча, т.е. оценка y . В случае бесконечно тонкого детектора это не уничтожит бесконечности второго момента за счет отложенных до A_2 членов сумм. Однако для отложенных членов можно использовать физически более корректную оценку для объемного функционала по $R_{1\varepsilon}$. Оценка близости должна быть устроена так, что для событий в точках из $R_{1\varepsilon}$

всегда применяется отложенная до A_2 оценка. Точно также осуществляется переход к оценке

по множеству $R_{1\varepsilon}$ в случае, когда детектор лежит почти в касательной плоскости конуса.

Заключение. Предложенная схема регистрации дает возможность эффективнее рассчитывать отклик датчиков ВРК энергетических реакторов, так как эти детекторы представляют собой тонкие прямые цилиндры. Она также может быть применена к проволочкам, используемым как дозиметрические образцы. Важным свойством предложенных алгоритмов является возможность использовать программы физического модуля без изменений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 06-07-89251-а, 07-07-12072-офи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спанье Дж., Гелбард Э. Метод Монте-Карло и задачи переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1972. 270 с.
2. MCNPTM — Version 4B. Ed. J. Briesmeister. LA-1265-M, 1997.
3. Gomin E.A., Maiorov L.V. The MCU Monte Carlo code for 3D depletion calculation (invited). — In: Proc. of Intern. Conf. on Mathem. and Comput., Reac. Phys., and Envir. Analyses in Nucl. Applications. Madrid, Spain, 27—30 September 1999, v. 2, p. 997—1006.
4. Золотухин В.П., Майоров Л.В. Оценка параметров критичности реакторов методом Монте-Карло. М.: Энергоатомиздат, 1984.
5. Майоров Л.В. Оценки смещения результатов при расчете реакторов и хранилищ ядерного топлива методом Монте-Карло. — Атомная энергия, 2005, т. 99, вып. 4, с. 243—256.
6. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974. 495 с.
7. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 312 с.
8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей. Т. 2. М.: Мир, 1967.
9. Шварц Л. Анализ. Т. 1. М.: Мир, 1972.

Поступила в Редакцию 25.05.07

УДК 621.039.76+614.876

РАДИОЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РЕАБИЛИТАЦИИ АРКТИЧЕСКИХ МОРЕЙ

Саркисов А.А., Высоцкий В.Л. (ИБРАЭ), Сивинцев Ю.В. (РНЦ «Курчатовский ин-т»),
Никитин В.С. (НИИПБ «Онега»)

Арктические льды сокращаются. В течение прошлого столетия зона зимнего простирания полярного льда Скандинавских морей уменьшилась примерно на 25%. В 2005 г. Берингово море доступным для судоходства. В связи с этим рассматриваются варианты развития судоходных

зимой было почти полностью незамерзающим, что беспрецедентно. Если это продолжится, Северный Ледовитый океан в ближайшее десятилетие может оказаться круглогодично путей в Арктике, а также вдоль российского морского побережья, которое свободно от пи-