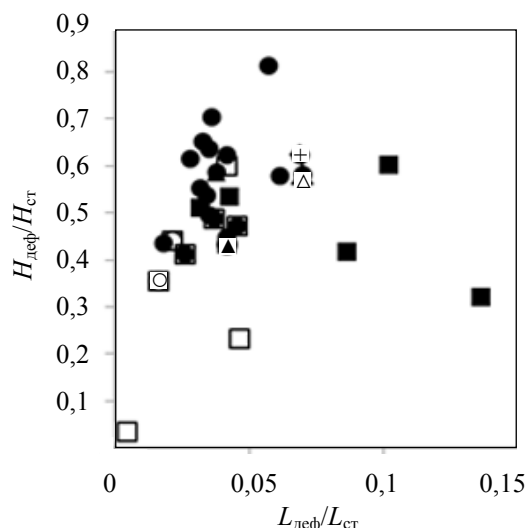




Показатели выявляемости дефекта 1 (■), 0,75 (▲), 0,5 (+), 0,25 (△), 0 (□), полученные с помощью первого, 1 (●), 0 (○) — второго метода

1 — однозначно указывает на дефект. Показатель выявляемости дефекта второго метода может принимать значения 0 — отсутствие дефекта или 1 — дефект. Входные данные разрежены. Только 11 исходных данных совпадают, 19 отличаются. Данных недостаточно, чтобы провести сравнительный анализ простыми средствами интерполяции или экстраполяции. Поэтому было решено воспользоваться методом стохастической аппроксимации и программным комплексом PRAISE. Полученный коэффициент стохастической аппроксимации $K_{ст} = 0,338$, критерий согласия Смирнова — 0,993. Информации для принятия решения о неопределенности методов достаточно.

Исходя из $K_{ст} = 0,338$, можно сделать вывод, что результаты контроля сварных соединений по рассматриваемым методам на общем множестве возможных дефектов не дадут однозначного ответа на вопрос о наличии или отсутствии дефекта, т.е. для получения достоверной картины желательно совместное использование методов.

Таким образом, результаты контроля, получаемые двумя методами, не всегда совпадают и для достоверных данных необходимо их совместное использование. Описанный метод сравнения методов может быть применен на промышленных объектах Росатома и в других областях промышленности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Исламов Р.Т.** Аналитические и статистические методы анализа надежности систем и безопасности объектов атомной энергетики. Дис. на соискание ученой степени докт. физ.-мат. наук. М., ИБРАЭ РАН, 1995.
2. **Islamov R.T.** Development of Standard Probabilistic Risk Assessment Procedure Guides: Quantification, Uncertainty and Sensitivity Analysis. Report for US DOE, IBRAE RAS, 1998.
3. **Dmitriev A., Islamov R., Korotin V., Petrov D.** Probabilistic Risk Assessment — Uncertainty Analysis. Report for US NRC, IBRAE RAS, 2003.
4. **Волков А.А.** Разработка математических моделей и методик стохастического моделирования для вероятностного анализа безопасности и надежности объектов энергетики. Дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук. М., 2004.

Поступила в Редакцию 22.06.10

УДК 621.039.51

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ДОСТИЖЕНИЯ УРОВНЯ ЧИСЛОМ НЕЙТРОНОВ И ПЕРИОД РЕАКТОРА

Рязанов В.В. (ИЯИ НАН Украины, г. Киев)

В теории и эксплуатации важную роль играет период реактора, промежуток времени, за который экспоненциально убывает плотность нейтронного потока. Эту величину описывают детерминированным образом, хотя природа ее случайна в силу стохастичности нейтронных процессов. В настоящей работе стохастическим образом рассмотрена случайная величина, характеризующая временные интервалы эволюции нейтронов, время достижения уровня числом

нейтронов в реакторе. Под временем достижения уровня числом нейтронов понимается случайное время до момента достижения случайным процессом полного числа нейтронов в реакторе некоторого заданного уровня. Такое определение принято в теории случайных процессов. В настоящей работе рассмотрено время достижения уровня, экспоненциально меньшего, чем начальный. Это соответствует периоду реактора. Время достижения уровня числом нейт-

ронов имеет, видимо, более общий физический смысл, чем период реактора. Время достижения уровня называют также временем первого прохождения уровня, моментом пересечения уровня, временем выхода, временем жизни и др. В физике реакторов под временем жизни нейтронов понимают среднее время жизни нейтрона до его поглощения или утечки. Поэтому термин «время жизни» из работ [1, 2] в настоящей работе не используется. Для исследования времени достижения уровня числом нейтронов используется статистическое распределение, в которое время достижения уровня входит как термодинамический параметр. Такой подход применялся к описанию энергетического спектра нейтронов и показал соответствие с экспериментальными результатами [3]. В настоящей работе получено распределение времени достижения уровня числом нейтронов в реакторе, из которого можно записать не только среднее время достижения уровня, но и любые моменты этой величины, а также такие вероятностные характеристики, как вероятность того, что время достижения уровня числом нейтронов находится в каких-то заданных пределах.

В работах [4—7] период реактора определяется из решений уравнений точечной кинетики реактора. В настоящей работе исследуется случайное время достижения уровня числом нейтронов в реакторе Γ с помощью неравновесного стационарного распределения [1, 2]. Микроскопическая плотность этого обобщенного канонического распределения в фазовом пространстве переменных z (координат и импульсов всех частиц системы) имеет вид

$$\rho(z; E, \Gamma) = \exp(-\beta_k E - \gamma \Gamma) / Z(\beta_k, \gamma), \quad (1)$$

где E — энергия системы;

$$\begin{aligned} Z(\beta_k, \gamma) &= \int \exp(-\beta_k E - \gamma \Gamma) dz = \\ &= \int \int dE d\Gamma \omega(E, \Gamma) \exp(-\beta_k E - \gamma \Gamma) \end{aligned} \quad (2)$$

— статистическая сумма. Параметры Лагранжа β_k , связанный с обратной температурой, и γ определяются из уравнений для средних

$$\langle E \rangle = -\partial \ln Z / \partial \beta_k; \quad \langle \Gamma \rangle = -\partial \ln Z / \partial \gamma. \quad (3)$$

Можно ввести ячейки «расширенного» по сравнению с гиббсовским фазового пространства с постоянными значениями (E, Γ) вместо

фазовых ячеек с постоянными значениями E . Структурный фактор гиббсовского распределения $\omega_E(E)$ заменяется на $\omega(E, \Gamma)$ — объем гиперповерхности в фазовом пространстве. Гиперповерхность содержит фиксированные значения E и Γ . Если $\mu(E, \Gamma)$ — число состояний в фазовом пространстве с параметрами меньше E и Γ , то $\omega(E, \Gamma) = d^2 \mu(E, \Gamma) / dE d\Gamma$. При этом $\int \omega(E, \Gamma) d\Gamma = \omega_E(E)$. Число фазовых точек с параметрами в интервале между $E, E + dE, \Gamma, \Gamma + d\Gamma$ равно $\omega(E, \Gamma) dE d\Gamma$. При выводе распределения (1) использован принцип равных вероятностей для расширенного фазового пространства с ячейками (E, Γ) вместо фазовых ячеек с постоянными значениями E . Расширенное фазовое пространство содержит дополнительные вырожденные поглощающие состояния. Функция $\omega(E, \Gamma)$ отражает внутренние свойства системы. На мезоскопическом уровне эта функция соответствует случайному процессу, причем $\omega(E, \Gamma)$ представляет собой совместную плотность вероятности невозмущенных значений E, Γ , понимаемую как стационарное распределение этого процесса. Положив в формуле (1) $\gamma = 0$, получаем равновесное состояние без внешних воздействий, в котором $\beta_k = \beta_{k \text{ равн}}$ — равновесное значение обратной температуры. Распределение (1) обобщает гиббсовское, в котором $\gamma = 0$, и справедливо для стационарных неравновесных систем, в том числе и для нейтронов в реакторе.

Совместная плотность распределения случайных величин E и Γ

$$\begin{aligned} p(E, \Gamma) &= \int \delta[E - E(z)] \delta[\Gamma - \Gamma(z)] \rho(z; E, \Gamma) dz = \\ &= \exp(-\beta_k E - \gamma \Gamma) \omega(E, \Gamma) / Z(\beta_k, \gamma). \end{aligned} \quad (4)$$

В соответствии с предположением о том, что функция $\omega(E, \Gamma)$ представляет собой совместную плотность вероятности невозмущенных значений E, Γ , запишем соотношение

$$\omega(E, \Gamma) = \omega_E(E) \omega_1(E, \Gamma) = \omega_E(E) \sum_{k=0}^n P_k f_k(\Gamma, E). \quad (5)$$

В выражении (5) предполагается, что в системе существует $n + 1$ классов состояний, P_k — вероятность того, что система находится в k -м классе состояний, $f_k(\Gamma, E)$ — плотность веро-

ятности того, что у системы в k -м классе состояний случайное время достижения уровня равно Γ .

Рассмотрим в качестве статистической системы полное количество нейтронов в ядерном реакторе. Классами состояний считаем мгновенные нейтроны (нулевой класс) и n групп запаздывающих нейтронов, испускаемых соответствующими ядрами-предшественниками. Будем рассматривать экспоненциальное распределение для f_k в выражении (5) вида

$$\begin{aligned} f_k(x) &= b_k^{-1} \exp(-x/b_k) \text{ при } x > 0; \\ f_k(x) &= 0 \text{ при } x < 0; \quad b_k = \Gamma_{0k}, \end{aligned} \quad (6)$$

хотя такое распределение представляет собой предельный случай и его можно уточнять. Величина Γ_{0k} в соотношении (6) равна среднему невозмущенному времени жизни в k -м классе состояний.

Зависимость от времени достижения уровня можно получить из выражений (4)—(6), интегрируя соотношение (4) по энергии E . Если учитывать только нулевой класс мгновенных нейтронов и предположить справедливость выражения (6), то в соотношении (5)

$$\begin{aligned} n &= 0; \quad P_0 = 1; \quad \Gamma_{00} = l_{\text{эф}}; \\ \omega_1(E, \Gamma) &= l_{\text{эф}}^{-1} \exp(-\Gamma/l_{\text{эф}}); \\ p(E, \Gamma) &= \exp(-\beta_k E - \gamma \Gamma) \omega_E(E) \times \\ &\times \exp(-\Gamma/l_{\text{эф}}) / l_{\text{эф}} Z(\beta_k, \gamma), \end{aligned} \quad (7)$$

где $l_{\text{эф}} = 1/\nu \Sigma_a \approx 10^{-8}—10^{-3}$ с — среднее эффективное время жизни нейтрона; ν , Σ_a — средняя скорость и сечение поглощения нейтронов соответственно; для тепловых нейтронов $l_{\text{эф}} = 1/\nu \Sigma_a \approx 10^{-3}$ с.

Зависимость эффективного коэффициента размножения нейтронов k и времени жизни нейтрона $l_{\text{эф}}$ от энергии в выражениях (6), (7) не учитываем. В этом случае, интегрируя выражение (7) по энергии E , получаем распределение времени достижения уровня Γ :

$$\begin{aligned} Z(\beta, \gamma) &= Z_\beta Z_\gamma; \\ Z_\gamma &= \int \exp(-\gamma \Gamma) \omega_1(E, \Gamma) d\Gamma = (1 + \gamma l_{\text{эф}})^{-1}; \\ Z_\beta &= \int \exp(-\beta E) \omega_E(E) dE; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P(\Gamma) &= \int P(E, \Gamma) dE = \exp[-\Gamma(\gamma + l_{\text{эф}}^{-1})] / l_{\text{эф}} Z_\gamma = \\ &= 1 / \langle \Gamma \rangle \exp(-\Gamma / \langle \Gamma \rangle); \quad \langle \Gamma \rangle = l_{\text{эф}} / (1 + \gamma l_{\text{эф}}). \end{aligned}$$

Сопоставим показателю экспоненты в выражении (8) период реактора $T = l_{\text{эф}} / (1 - k)$; $\langle \Gamma \rangle = -1/\omega$, где $-\omega = 1/T$; $\langle \Gamma \rangle$ — среднее время достижения уровня числом нейтронов, полученное из соотношений (2), (3), (5)—(8) [1, 2]; k — эффективный коэффициент размножения нейтронов. Отметим, что такое сопоставление указывает уровень достижения случайным процессом. Это предположение может уточняться, как и выражение (6). Тогда при $1 + \gamma l_{\text{эф}} > 0$

$$\langle \Gamma \rangle = T = l_{\text{эф}} / (1 - k); \quad \gamma = -k / l_{\text{эф}}; \quad (9)$$

$$\langle \Gamma \rangle = \int \Gamma P(\Gamma) d\Gamma = -\partial \ln Z / \partial \gamma_\beta. \quad (10)$$

Из распределения (8) легко получить, что дисперсия времени достижения уровня равна $D = \langle \Gamma \rangle^2$. Из распределения (8) получаем также вероятность того, что время достижения уровня числом нейтронов Γ находится в некоторых заданных пределах:

$$\begin{aligned} P(\Gamma < a) &= \int_0^a P(\Gamma) d\Gamma = 1 - \exp(-a / \langle \Gamma \rangle); \\ P(a \leq \Gamma \leq c) &= \int_a^c P(\Gamma) d\Gamma = \\ &= \exp(-a / \langle \Gamma \rangle) - \exp(-c / \langle \Gamma \rangle). \end{aligned} \quad (11)$$

В выражениях (2), (7)—(11) верхний предел интегрирования по времени достижения уровня Γ предполагается бесконечным, хотя, например, в соотношениях (9), (10) при коэффициенте размножения $k > 1$ такие интегралы расходятся. Для получения конечных значений интегралов следует ограничивать верхний предел интегрирования максимально возможной величиной Γ : $\Gamma_{\text{макс}} = R$.

В случае учета n групп запаздывающих нейтронов справедливо уравнение обратных часов [5—7]. Для случая объединения запаздывающих нейтронов в одну эффективную группу оно имеет вид квадратного уравнения для обратного периода ω вида

$$k\rho(\omega + \lambda) = \omega l_{\text{эф}}(\omega + \lambda) + \beta\omega k, \quad (12)$$

два решения которого имеют вид

$$\begin{aligned} l_{\text{эф}}\omega_0 &= \frac{Y}{2} \left[1 + (1 + 4d)^{1/2} \right]; \quad Y = k\rho - k\beta - b; \\ d &= \frac{k\rho b}{Y^2}; \quad l_{\text{эф}}\omega_1 = \frac{Y}{2} \left[1 - (1 + 4d)^{1/2} \right]; \\ b &= \lambda l_{\text{эф}} = 7,7 \cdot 10^{-5} \text{ при } l_{\text{эф}} \sim 10^{-3} \text{ с}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\rho = (k-1)/k$ — реактивность реактора; $\lambda = 0,077 \text{ с}^{-1}$ — эффективная постоянная распада предшественников запаздывающих нейтронов; $\beta = 0,0065$ — доля запаздывающих нейтронов. Полагая в соотношениях (4)–(6) $n = 1$, $P_0 = 1 - \beta$, $P_1 = \beta$ — вероятность того, что нейтроны принадлежат классам мгновенных и запаздывающих соответственно, $\Gamma_{00} = l_{\text{эф}}$, $\Gamma_{01} = 1/\lambda$ — невозмущенное среднее время жизни мгновенных и запаздывающих нейтронов, получаем, что для одной группы запаздывающих нейтронов и $\Gamma_{\text{макс}} = \infty$ выражения для среднего времени достижения уровня $\langle \Gamma \rangle$, статистической суммы Z_γ и вероятности $P(\Gamma)$

$$\begin{aligned} P(\Gamma) &= Z_\gamma^{-1} \exp(-\gamma\Gamma) \times \\ &\times \left[\frac{1-\beta}{l_{\text{эф}}} \exp(-\Gamma/l_{\text{эф}}) + \beta\lambda \exp(-\Gamma\lambda) \right]; \\ Z_\gamma &= \frac{1-\beta}{1+\gamma l_{\text{эф}}} + \frac{\beta}{1+\gamma/\lambda}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{1}{Z_\gamma} \left[\frac{(1-\beta)l_{\text{эф}}}{(1+\gamma l_{\text{эф}})^2} + \frac{\beta}{\lambda(1+\gamma/\lambda)^2} \right] = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \gamma_\beta}.$$

Сопоставив значения обратного периода ω_k , $k = 0, 1$, из решений (13) с показателями экспоненты в выражении (14), запишем соотношения для определения двух значений величины γ :

$$-\omega_0 l_{\text{эф}} = 1 + \gamma_0 l_{\text{эф}}; \quad -\omega_1 = \lambda(1 + \gamma_1/\lambda). \quad (15)$$

Подставляя выражения для γ_k , $k = 0, 1$, полученные из соотношений (15) и (13), в выражения (14), находим формулы для статистической суммы Z_γ и среднего времени достижения

уровня $\langle \Gamma \rangle$, выраженные через параметры реактора, содержащиеся в соотношениях (13):

$$Z_\gamma = Y[(1-\beta)(1-\sqrt{1+4d}) + \beta b(1+\sqrt{1+4d})]; \quad (16)$$

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{l_{\text{эф}} Y}{2k\rho b} \frac{(1-\beta)(1-\sqrt{1+4d})^2 + \beta b(1+\sqrt{1+4d})^2}{(1-\beta)(1-\sqrt{1+4d}) + \beta b(1+\sqrt{1+4d})}. \quad (17)$$

При $\beta = 0$ получаем из соотношения (17) выражение (9), из выражения (19) — при $\beta = 0$ $D = \langle \Gamma^2 \rangle$. Но если для учета только мгновенных нейтронов среднее время достижения уровня совпадает с периодом реактора, то при учете запаздывающих нейтронов эти величины различны. Вероятность того, что время достижения уровня лежит в определенных пределах:

$$\begin{aligned} P(a \leq \Gamma \leq c) &= \int_a^c P(\Gamma) d\Gamma = \frac{1}{[(1-\beta)/\omega_0 + \beta b/\omega_1]} \times \\ &\times \left[(1-\beta) [\exp(a\omega_0) - \exp(c\omega_0)]/\omega_0 + \right. \\ &\left. + \beta b [\exp(a\omega_1) - \exp(c\omega_1)]/\omega_1 \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Дисперсия времени достижения уровня

$$\begin{aligned} D = \langle \Gamma^2 \rangle - \langle \Gamma \rangle^2 &= \frac{l_{\text{эф}}^2}{(k\rho b)^2} \frac{Y^2}{4} \left\{ (1-\beta)^2 (1-\sqrt{1+4d})^4 + \right. \\ &+ (\beta b)^2 (1+\sqrt{1+4d})^4 - (1-\beta)\beta b (32k\rho b/Y^2) \times \\ &\times [1 + (3k\rho b/Y^2)] \left. \right\} / \left\{ [(1-\beta)(1-\sqrt{1+4d}) + \right. \\ &\left. + \beta b(1+\sqrt{1+4d})]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Период реактора — динамическая величина, среднее время достижения уровня $\langle \Gamma \rangle$ — стохастическая, полученная из стационарного распределения времени первого достижения уровня.

При положительных показателях обратного периода ω_k , $k = 0, 1$ из выражения (13) интегралы в выражении (14) расходятся. Реальное время достижения уровня числом нейтронов ограничено. При конечном времени достижения уровня и интегрировании в конечных пределах сходятся интегралы в выражениях (2), (8), (14), (16), (17) для всех значений ω_k , $k = 0, 1$. Если учитывать это обстоятельство, выбрав соответствующим образом величину максимально возможного времени достижения уровня $\Gamma_{\text{макс}} = R$, то можно

получить конечные и положительные выражения для среднего времени достижения уровня. Рассмотрим случай мгновенных нейтронов и соотношения (7)–(11), когда максимально возможное время достижения уровня равно $\Gamma_{\text{макс}} = R$. Тогда

$$P(\Gamma) = \exp[-\Gamma(1 + \gamma l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}}]/l_{\text{эф}}Z;$$

$$l_{\text{эф}}Z = \int_0^R \exp[-\Gamma(1 + \gamma l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}}]d\Gamma = [\exp(\omega R) - 1]/\omega;$$

$$\omega = -(1 + \gamma l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}}; P(\Gamma) = \omega \exp(\omega \Gamma)/[\exp(\omega R) - 1] =$$

$$= \exp(-\Gamma/l)/l[1 - \exp(-R/l)]; \quad (20)$$

$$l = l_{\text{эф}}/(1 - k); \quad \gamma = -k/l_{\text{эф}}.$$

В соотношении (20) период реактора (9) сопоставлен с показателем экспоненты. Полученное по распределению (20) выражение для среднего времени достижения уровня числом нейтронов

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{\exp(\omega R)(\omega R - 1) + 1}{\omega[\exp(\omega R) - 1]}. \quad (21)$$

Зададимся теперь выражением для верхнего предела интегрирования R . Период реактора (9) может принимать бесконечно большие значения при значениях коэффициента размножения $k \rightarrow 1$. Величина R должна превышать период реактора и оставаться при этом положительной (период реактора становится отрицательным при коэффициенте размножения $k > 1$). Выберем R в виде

$$R = R_1 l / (1 - k) = R_1 l_{\text{эф}} / (1 - k)^2 > 0; \quad R_1 \geq 1. \quad (22)$$

В соотношении (22) значения R положительные, величина R_1 примерно равна единице. Выражения для среднего времени достижения уровня (21) и дисперсии D этой величины записываются в виде

$$\langle \Gamma \rangle = l g(k); \quad D = l^2 g_D(k);$$

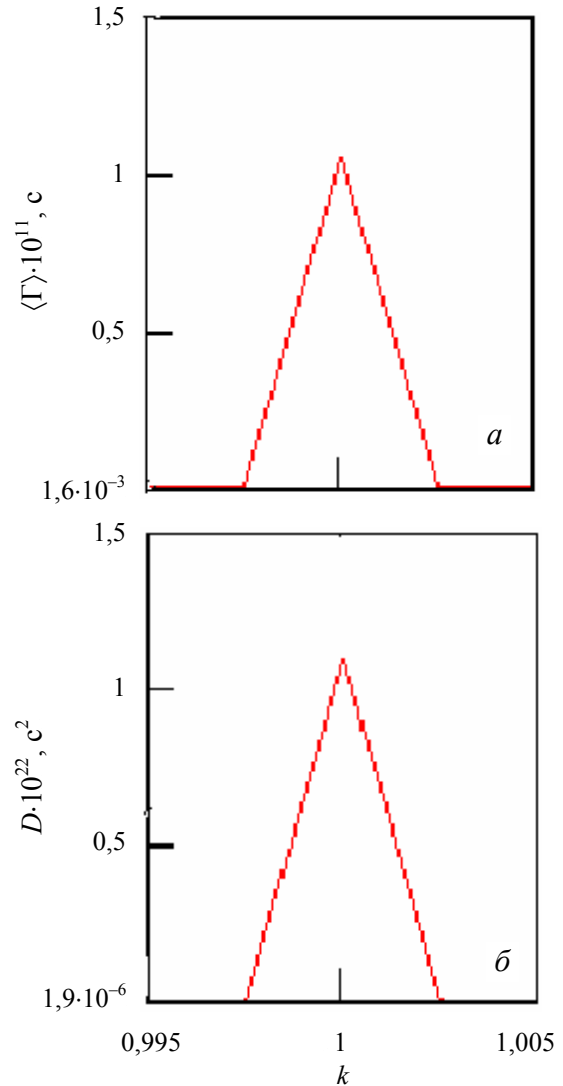
$$g(k) = \{1 - \exp[-R_1/(1 - k)]\} \times$$

$$\times [1 + R_1/(1 - k)] / \{1 - \exp[-R_1/(1 - k)]\}; \quad (23)$$

$$g_D(k) = \{1 - \exp[-R_1/(1 - k)]\} \times$$

$$[1 + (R_1/(1 - k))^2] / \{(1 - \exp[-R_1/(1 - k)])^2\}.$$

Зависимость среднего $\langle \Gamma \rangle$ и дисперсии D времени достижения уровня числом нейтронов от эффективного коэффициента размножения k



Р и с. 1. Среднее $\langle \Gamma \rangle$ (а) и дисперсия D (б) времени достижения уровня для мгновенных нейтронов, рассчитанные по формулам (23) (k — коэффициент размножения нейтронов)

показана на рис. 1. Можно иначе выбирать значения максимально возможного времени достижения уровня верхнего предела интегрирования R .

Для случая учета одной группы запаздывающих нейтронов и конечного времени достижения уровня распределение времени достижения уровня и статистическая сумма имеют вид

$$P(\Gamma) = [(1 - \beta) \exp \Gamma \omega_0 + \beta b \exp \Gamma \omega_1] / l_{\text{эф}} Z;$$

$$l_{\text{эф}} Z = (1 - \beta) [\exp(R \omega_0) - 1] / \omega_0 +$$

$$+ \beta b [\exp(R \omega_1) - 1] / \omega_1, \quad (24)$$

где выражения для обратных периодов ω_k , $k = 0, 1$ определены в соотношении (13). Среднее время достижения уровня

$$\langle \Gamma \rangle = \left\{ (1-\beta) [\exp R\omega_0 (R\omega_0 - 1) + 1] / \omega_0^2 + \beta b [\exp R\omega_1 (R\omega_1 - 1) + 1] / \omega_1^2 \right\} / L_{\text{эф}} Z. \quad (25)$$

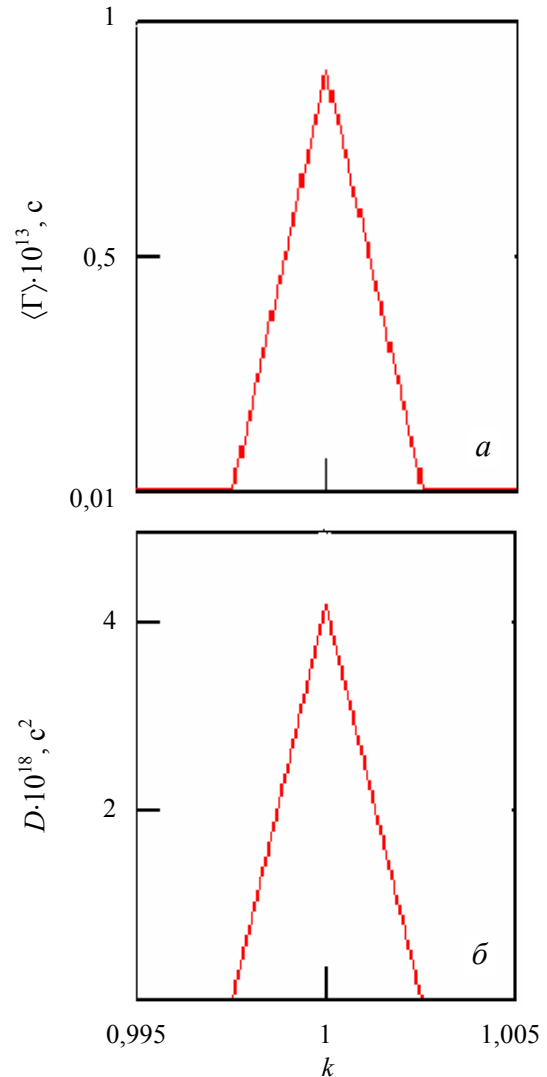
Дисперсия времени достижения уровня при ограниченных значениях R

$$D = \langle \Gamma^2 \rangle - \langle \Gamma \rangle^2; \quad \langle \Gamma^2 \rangle = \frac{1}{L_{\text{эф}} Z} \times \left\{ (1-\beta) \left[\exp \omega_0 R \left(\frac{R^2}{\omega_0} - \frac{2R}{\omega_0^2} + \frac{2}{\omega_0^3} \right) - \frac{2}{\omega_0^3} \right] + \right. \\ \left. + \beta b \left[\exp \omega_1 R \left(\frac{R^2}{\omega_1} - \frac{2R}{\omega_1^2} + \frac{2}{\omega_1^3} \right) - \frac{2}{\omega_1^3} \right] \right\}. \quad (26)$$

В выражениях (21), (23), (25), (26) при вычислении среднего и дисперсии исходили из урезанных распределений (20), (24). В этих выражениях можно учитывать и минимально возможное время достижения уровня, но эти поправки пренебрежимо малы. Среднее $\langle \Gamma \rangle$ и дисперсия D времени достижения уровня для случая учета одной группы запаздывающих нейтронов и конечного времени достижения уровня, сходные с приведенными на рис. 1, показаны на рис. 2. Выбрано два максимальных положительных значения времени достижения уровня: для первого слагаемого $R_0 = R_{10}/\omega_0^2$, $R_{10} = 10$, для второго $R_1 = R_{11}/\omega_1^2$, $R_{11} = 10$.

В работе [8] отмечено, что для энергетического реактора с обратными связями нельзя говорить об асимптотическом периоде в соответствии с уравнением обратных часов (12), поскольку такой период никогда не может быть установившимся и поэтому не может быть однозначная связь между периодом реактора и введенной реактивностью. И как следствие трудно определить, насколько опасно изменение эффективного коэффициента размножения нейтронов $k_{\text{эф}}$. Поэтому широко применяемый в контроле и управлении период реактора обоснованно может быть использован только на минимально контролируемой мощности. Период реактора характеризует скорость изменения потока нейтронов в текущий момент времени, только когда уравнения кинетики точечной модели реактора имеют аналитическое решение для некоторых видов изменения коэффициента размножения нейтронов $k_{\text{эф}}$ (или реактивности ρ).

Период реактора определяется динамикой системы. Время достижения уровня числом



Р и с. 2. Среднее $\langle \Gamma \rangle$ (а) и дисперсия D (б) времени достижения уровня, рассчитанные по формулам (25), (26), для случая учета одной группы запаздывающих нейтронов

нейтронов также характеризует временной интервал в эволюции нейтронной системы, однако подход к определению этой величины и ее физический смысл существенно отличаются от динамического подхода, используемого при изучении периода реактора. В выражения для времени достижения уровня можно включить зависящую от времени реактивность. Полученные соотношения зависят от верхнего предела интегрирования, максимально возможного времени достижения уровня числом нейтронов. Предлагаемый подход позволяет описывать реальные переменные во времени режимы работы реактора. В качестве примера рассмотрены кинетика реактора в энергетических режимах работы, саморегулирование благодаря обратным

связям, переходный процесс при положительном возмущении реактивности.

Учтем динамическое поведение ядерного реактора введением кусочно-непрерывных функций, как в работе [2]. От времени зависят только реактивность $\rho(t)$ и коэффициент размножения нейтронов $k(t) = [1 - \rho(t)]^{-1}$. При учете только мгновенных нейтронов справедливы распределения (1), (2), (7)–(11). Пусть $P(\Gamma) = \exp(-\gamma_1 \Gamma) \exp(-\Gamma/l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}} Z(\gamma_1)$ на интервале $[0 < \Gamma \leq c]$, где $k = k_1$ при $0 < \Gamma \leq c$; $P(\Gamma) = \exp(-\gamma_2 \Gamma) \exp(-\Gamma/l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}} Z(\gamma_2)$, где $k = k_2$ на интервале $[c < \Gamma < \infty]$. Тогда в предположении, что верхний предел интегрирования по Γ равен бесконечности:

$$\begin{aligned} l_{\text{эф}} Z_{\gamma} &= l_1 + l_2 \exp(-c/l_2) - l_1 \exp(-c/l_1); \\ l_n &= l_{\text{эф}}/(1 - k_n); \quad n = 1, 2; \\ P(\Gamma) &= \exp(-\Gamma/l_1)/l_{\text{эф}} Z_{\gamma}; \quad 0 < \Gamma \leq c; \\ P(\Gamma) &= \exp(-\Gamma/l_2)/l_{\text{эф}} Z_{\gamma}; \quad c < \Gamma < \infty. \end{aligned} \quad (27)$$

Среднее время достижения уровня при учете только мгновенных нейтронов

$$\begin{aligned} \langle \Gamma \rangle &= \int_0^{\infty} \Gamma P(\Gamma) d\Gamma = \{ l_1^2 [1 - \exp(-c/l_1)] - \\ &- c l_1 \exp(-c/l_1) + l_2 \exp(-c/l_2) c + l_2 \} / \{ l_1 + \\ &+ l_2 \exp(-c/l_2) - l_1 \exp(-c/l_1) \}. \end{aligned}$$

При таком подходе учитывается история системы, каждое изменение реактивности вносит вклад в полученные выражения. В общепринятом динамическом подходе период реакторной системы описывает мгновенную реактивность. История системы при этом учитывается опосредствованным образом [9].

Число c_j — точек изменения величин γ_j , ρ_j может увеличиваться неограниченно. Выражения вида (27) обобщаются и записываются как

$$l_{\text{эф}} Z_{\gamma} = \sum_{j=1}^n (\exp c_j \omega_j - \exp c_{j-1} \omega_j) / \omega_j; \quad (28)$$

$$\omega_j = -1/l_j = k_j \rho_j / l_{\text{эф}}; \quad \rho_j = (k_j - 1) / k_j l_j;$$

$$\langle \Gamma \rangle = \sum_{j=1}^n \left[\exp c_j \omega_j (c_j / \omega_j - 1 / \omega_j^2) - \right. \quad (29)$$

$$\left. - \exp c_{j-1} \omega_j (c_{j-1} / \omega_j - 1 / \omega_j^2) \right] / l_{\text{эф}} Z_{\gamma}.$$

От суммирования можно перейти к интегрированию в предположении $c_{j-1} \rightarrow t$, $\Delta c_j = c_j - c_{j-1} \rightarrow dt$. Предположим, что случайная величина времени достижения уровня Γ ограничена сверху некоторым максимальным значением $\Gamma_{\text{макс}} = R$, которое может принимать и бесконечно большие значения. В выражениях (27)–(29) можно полагать значения верхнего возможного предела времени достижения уровня R ограниченными, как в соотношениях (20)–(26). Тогда

$$\begin{aligned} l_{\text{эф}} Z_{\gamma} &= \int_0^R \exp[t\omega\rho(t)] dt; \quad \omega\rho(t) = k(t)\rho(t)/l_{\text{эф}} = \omega_t; \\ \langle \Gamma \rangle &= \int_0^R t \exp[t\omega\rho(t)] dt / \int_0^R \exp[t\omega\rho(t)] dt. \end{aligned} \quad (30)$$

Поскольку вероятность того, что случайная величина времени достижения уровня Γ принадлежит определенному интервалу $[a, t]$, равна

$$P(a \leq \Gamma \leq t) = \int_a^t \exp[t\omega\rho(t)] dt / l_{\text{эф}} Z, \quad (31)$$

то плотность вероятности

$$p(\Gamma = t) = \exp[t\omega\rho(t)] / l_{\text{эф}} Z. \quad (32)$$

Дисперсия времени достижения уровня числом нейтронов с распределениями (31), (32)

$$D = \langle \Gamma^2 \rangle - \langle \Gamma \rangle^2 = \int_0^R t^2 \exp(t\omega_t) dt / l_{\text{эф}} Z_{\gamma} - \langle \Gamma \rangle^2.$$

При постоянной во времени реактивности из соотношения (30) получаем выражение (21).

Если в выражениях (30) принять $\Gamma_{\text{макс}} = l_{\text{эф}}/k|\rho|$, $R = s\Gamma_{\text{макс}} = sl_{\text{эф}}/k|\rho|$, где $s > 0$ — некоторое число; $|\rho|$ — абсолютная реактивность, то при постоянной реактивности среднее и максимально возможное время достижения уровня положительное:

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{l_{\text{эф}} [e^s(s-1) + 1]}{k\rho (e^s - 1)} \quad \text{при } \rho > 0;$$

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{l_{\text{эф}} [1 - e^{-s}(s+1)]}{k\rho (e^{-s} - 1)} \quad \text{при } \rho < 0.$$

В этом выражении $\langle \Gamma \rangle \geq 0$ при всех значениях реактивности в отличие от выражения (9).

Наблюдается асимметрия при положительной и отрицательной реактивности [10]. Считая величину $\langle \Gamma(R) \rangle$ равной времени достижения уровня в момент R , можно определить скорость ее изменения — $d\langle \Gamma(R) \rangle/dR$.

Аналогичные выражения записываются для одной группы запаздывающих нейтронов, когда с помощью выражений (13)—(19) получаем по аналогии с формулами (28), (29)

$$l_{\text{эф}} Z_{\gamma} = \sum_{j=1}^n \left\{ (1-\beta) \left[\exp(c_j \omega_{0j}) - \exp(c_{j-1} \omega_{0j}) \right] / \omega_{0j} + \right. \\ \left. + \beta b \left[\exp(c_j \omega_{1j}) - \exp(c_{j-1} \omega_{1j}) \right] / \omega_{1j} \right\}; \\ \langle \Gamma \rangle = \sum_{j=1}^n \left\{ (1-\beta) \left[\exp(c_j \omega_{0j}) \left(c_j / \omega_{0j} - 1 / \omega_{0j}^2 \right) - \right. \right. \\ \left. - \exp(c_{j-1} \omega_{0j}) \left(c_{j-1} / \omega_{0j} - 1 / \omega_{0j}^2 \right) \right] + \\ \left. + \beta b \left[\exp(c_j \omega_{1j}) \left(c_j / \omega_{1j} - 1 / \omega_{1j}^2 \right) - \right. \right. \\ \left. - \exp(c_{j-1} \omega_{1j}) \left(c_{j-1} / \omega_{1j} - 1 / \omega_{1j}^2 \right) \right] \right\} / l_{\text{эф}} Z_{\gamma}; \\ c_0 = 0, \quad c_n = \infty.$$

Величины ω_k , $k = 0, 1$, b записаны в соотношениях (13). Такой же вид имеют зависимости $\omega_k \rho(t)$, $k = 0, 1$ при зависящей от времени реактивности. Переходя к интегралам по ограниченной области, получаем

$$l_{\text{эф}} Z_{\gamma} = (1-\beta) \int_0^R \exp[t \omega_0 \rho(t)] dt + \beta b \int_0^R \exp[t \omega_1 \rho(t)] dt; \\ \langle \Gamma \rangle = \left[(1-\beta) \int_0^R t \exp[t \omega_0 \rho(t)] dt + \right. \\ \left. + \beta b \int_0^R t \exp[t \omega_1 \rho(t)] dt \right] / l_{\text{эф}} Z_{\gamma}. \quad (33)$$

При постоянной реактивности выражение (33) совпадает с выражением (25). Как в выражениях (24)—(26), можно выбирать два максимальных положительных значения времени достижения уровня: для первого слагаемого $R_0 = R_{10}/\omega_0(k-1)$, для второго $R_1 = -R_{11}/\omega_1(k-1)Y(k)$, где параметр Y определен в выражении (13). При такой операции особенности сглаживаются, среднее время достижения уровня принимает положительные значения.

Дисперсия времени достижения заданного уровня случайным процессом числа нейтронов

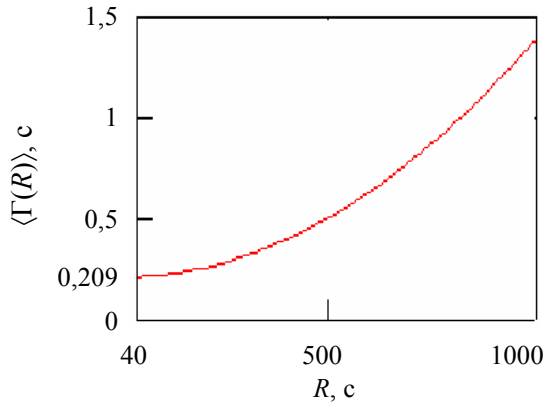
$$D = \langle \Gamma^2 \rangle - \langle \Gamma \rangle^2; \\ \langle \Gamma^2 \rangle = \left[(1-\beta) \int_0^R t^2 \exp[t \omega_0 \rho(t)] dt + \right. \\ \left. + \beta b \int_0^R t^2 \exp[t \omega_1 \rho(t)] dt \right] / l_{\text{эф}} Z_{\gamma}. \quad (34)$$

Вероятность того, что время достижения уровня лежит в определенных пределах,

$$P(a < \Gamma < c) = \left[(1-\beta) \int_a^c \exp[t \omega_0 \rho(t)] dt + \right. \\ \left. + \beta b \int_a^c \exp[t \omega_1 \rho(t)] dt \right] / l_{\text{эф}} Z_{\gamma}. \quad (35)$$

Выражение (18) получается из соотношения (35) при постоянной реактивности и больших значениях $R \rightarrow \infty$. С соотношением (35) при постоянной реактивности совпадает выражение (24).

В качестве примера рассмотрим кинетику реактора в энергетических режимах работы. В работе [10] приведены примеры саморегулирования благодаря обратным связям. Показаны поведение переходного процесса, изменение реактивности во времени при положительном возмущении по реактивности $\rho_{\text{возм}} = 0,002$ для реактора тепловой мощности 30 МВт. При расчете не учитывался мощностной эффект реактивности, температурные эффекты по топливу и теплоносителю учитывались одним общим отрицательным температурным коэффициентом реактивности α . Теплоаккумулирующая способность реактора учитывалась посредством интегральной теплоемкости реактора C_p . Зависимость реактивности от времени $\rho(t)$, показанную в работе [10], промоделируем на первом этапе параболической зависимостью $\rho_1(t) = at^2 + bt + c$, $0 < t < m$. В момент времени $t = m$ эта параболическая зависимость переходит в степенную зависимость $\rho_2(t) = c_1/t^n$, $t > m$; $c_1 < 0$. Параметры a, b, c, c_1, n подбираются из сравнения с рис. 3.16—3.18 [10]. Эти зависимости используем в полученных выражениях (33), (34). Точка изменения временного режима реактивности $t = m$ зависит от теплоемкости реактора C_p и времени транспортного запаздывания $t_{\text{т.з}}$, времени перемещения фронта температурной волны от реактора до парогенератора.

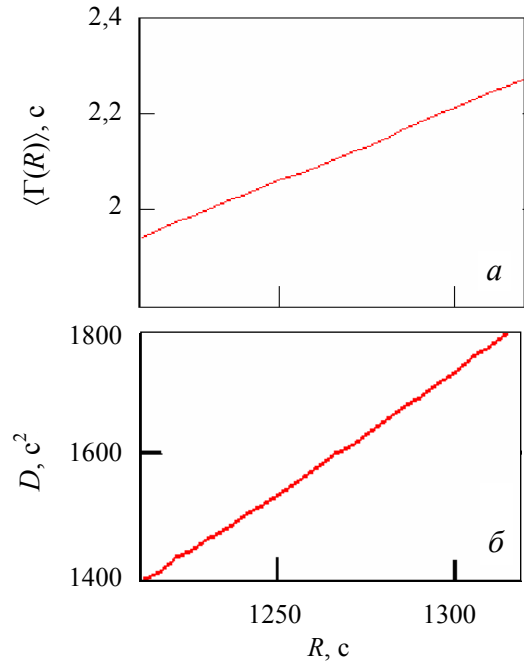


Р и с. 3. Зависимость среднего времени достижения уровня $\langle \Gamma(R) \rangle$ от предела времени достижения уровня R при точке изменения временного режима реактивности $m = 25$ и R от 40 до 1000 с

На рис. 3 видно, что среднее время достижения уровня $\langle \Gamma(R) \rangle$ изменяется пропорционально верхнему пределу времени достижения уровня R . Так, если при $R = 10^2$ с и точке изменения временных режимов реактивности $m = 33$ с $\langle \Gamma(R) \rangle = 0,222$ с, то при $R = 10^3$ с и $m = 33$ с $\langle \Gamma(R) \rangle = 1,388$ с, при $R = 10^5$ с и $m = 33$ с $\langle \Gamma(R) \rangle = 9,56 \cdot 10^3$ с, при $R = 10^8$ с и $m = 33$ с $\langle \Gamma(R) \rangle = 4,979 \cdot 10^7$ с.

Для оценок верхнего предела времени достижения уровня R можно использовать, например, функцию максимального правдоподобия или другие методы математической статистики. Если исходить из минимальной дисперсии, то получаем уравнение вида $\partial^2(R\omega_R)/\partial R^2 = 0$ для R . Его решение $R = [a(n)(1+n)/(1-n)]^{1/n}$, если при приближении реактивности к нулю зависимость $\rho_2(R)$ равна $\rho_2(R) = a(n)/R^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$, $a(n) < 0$.

Верхний предел времени жизни R можно оценить также из соотношения $R \approx \Gamma_{\text{макс}} \sim -R_{11}/\omega_1(k-1)Y(k)$. Для рассмотренной модели саморегулирования, когда в это соотношение подставляется средняя реактивность $\bar{\rho} = \int_0^m \rho_1(t) dt / m + \int_m^R \rho_2(t) dt / (R-m)$, получаем сложное уравнение для верхнего предела времени достижения уровня R . Для модели вида $\rho_2(t) = c_1/t^n$, $c_1 < 0$, $m = 25$ с; $R > t > m$ численное решение уравнения дает для $n = 7$ верхний пре-

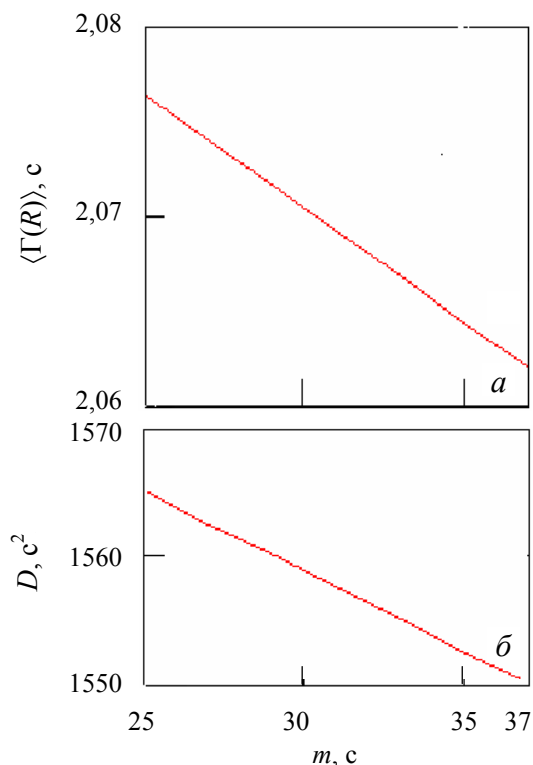


Р и с. 4. Среднее $\langle \Gamma \rangle$ (а) и дисперсия D (б) в энергетическом режиме работы реактора при $m = 25$, изменении максимального времени достижения уровня R от 1210 до 1320 с в районе среднего значения $R = 1255,5$ с

дел времени жизни $R = 1255,5$ с. Следующий корень равен $2 \cdot 10^{13}$ с. Его значение не изменяется при изменении множителя R_{11} от 1 до 10^3 . Значения среднего $\langle \Gamma(R) \rangle$ и дисперсии $D(R)$ времени достижения уровня, когда величина R изменяется от 1210 до 1320 с в окрестности среднего $R = 1255,5$ с, показаны на рис. 4.

Зависимость среднего $\langle \Gamma(R) \rangle$ и дисперсии D времени достижения уровня от точки изменения временного режима реактивности m для верхнего предела времени достижения уровня $R = 1255,5$ с при переходе от интегральной теплоемкости реактора $C_p = 11\,400$ кДж/°С и времени транспортного запаздывания $t_{т.з} = 5$ с к $C_p = 224\,800$ кДж/°С, $t_{т.з} = 30$ с — этому переходу сопоставляется изменение точки m от 25 до 37 с — показана на рис. 5. Величина R существенно влияет на поведение среднего времени жизни $\langle \Gamma(R) \rangle$ в зависимости от m . Если на рис. 5 и при $R = 700$ с среднее $\langle \Gamma(R) \rangle$ убывает с ростом точки изменения временных режимов реактивности m , то при $R = 50$ с повышается.

Аналогичные расчеты моментов времени достижения уровня числом нейтронов могут быть проведены при изменении реактивности вследствие изменения состава активной зоны, выгорания ядерного топлива, отравления реак-



Р и с. 5. Среднее $\langle \Gamma \rangle$ (а) и дисперсия D (б) при максимальном времени достижения уровня $R = 1255,5$ с в энергетическом режиме работы реактора (m — точка перехода от параболического режима изменения реактивности во времени к степенному)

тора, ксеноновых колебаний и других явлений, сопутствующих работе реактора.

Период реактора — динамическая величина, отражающая его мгновенное состояние. Среднее время достижения уровня числом нейтронов в реакторе — статистическая стационарная величина. Предлагаемый подход дает возможность включать в описание историю системы и динамические изменения во времени. Время достижения уровня числом нейтронов характеризует поведение системы с других позиций по сравнению с периодом реактора. Проверить полученные результаты лучше всего, видимо, с помощью компьютерного эксперимента с применением комплекса программ для моделирования активной зоны реакторов.

Полное время достижения нулевого уровня числом нейтронов — это время до остановки реактора, прекращения делений ядер в нем и поглощения или выхода нейтронов. В настоящей работе рассматривается часть этого времени, соответствующая периоду реактора. Следует еще раз отметить, что предлагаемый подход к изучению этой величины существенно отличается от существующих методов исследования

кинетики реактора. Возможности предлагаемого подхода могут оказаться полезными и при исследовании других задач реакторной физики.

Численные расчеты показывают, что при определенных изменениях реактивности поведение моментов (среднего, дисперсии) времени достижения уровня имеет особенности. Они могут, например, принимать комплексные или отрицательные значения. Оценка среднего времени достижения уровня числом нейтронов в реакторе и дисперсия этой величины могут служить одним из практических применений предлагаемого описания при различных вариантах изменения реактивности во времени. Эти изменения предполагаются заданными. Особенности поведения моментов времени достижения уровня будут указывать на неустойчивость нейтронной системы. Таким образом, учитывая разные эффекты, вносящие вклад в реактивность, можно выбирать ее безопасное изменение. Математические выражения для среднего времени достижения уровня числом нейтронов проще и нагляднее соотношений, связывающих период реактора с реактивностью. Эти выражения легко рассчитываются. Алгоритм такой. Задается изменение реактивности во времени. По полученным соотношениям и графикам находят моменты времени, в которых изменение реактивности может привести к значениям среднего времени достижения уровня числом нейтронов, соответствующим малым периодам реактора. Отслеживание величины $d\langle \Gamma(R) \rangle / dR$ тоже может указать на возможное опасное уменьшение величины $\langle \Gamma(R) \rangle$.

В настоящей работе исследуется величина, принципиально отличная от периода реактора, — время достижения уровня числом нейтронов в реакторе. Оно определено из других предпосылок по сравнению с периодом и имеет физический смысл, соответствующий его названию. В настоящем подходе при выводе распределения (1)—(4) использовались определения теории случайных процессов для времени достижения уровня. В общем случае плотность распределения $f_k(\Gamma, E)$ из выражения (5) может не совпадать с выбранным экспоненциальным распределением вида (6), а зависеть также от энергии. Использование выражения (6) представляет собой простую модель. В этом случае статистическая сумма записывается в виде про-

изведения $Z(\beta, \gamma) = Z_\beta Z_\gamma$. Общность подхода, позволяющая рассматривать различное время достижения разных уровней, служит преимуществом метода. Не до конца изученным остается и выбор верхнего предела интегрирования — максимально возможного времени достижения уровня числом нейтронов. Но полученные соотношения для статистической величины — времени достижения уровня числом нейтронов в реакторе и распределения этой величины представляются важными, отражая поведение реально существующей физической величины — конечного времени достижения заданного уровня числом нейтронов в реакторе. Характеристики и поведение этой величины окажутся полезными в различных вопросах физики, теории и методов расчета ядерных энергетических реакторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ryazanov V.V., Shpyrko S.G. First-passage time: a conception leading to superstatistics. — Condensed Mat. Phys., 2006, v. 9, № 1(45), p. 71—80.
2. Ryazanov V.V. Lifetime distributions in the methods of non-equilibrium statistical operator and superstatistics. — Eur. Phys. J. B, 2009, v. 72, № 4, p. 629—639.
3. Рязанов В.В. Распределение энергии нейтронов в ядерном реакторе с учетом конечности их времени жизни. — Атомная энергия, 2005, т. 99, вып. 5, с. 348—353.
4. Кипин Дж. Физические основы кинетики ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1967. 428 с.
5. Цвайфель П. Физика реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1977. 280 с.
6. Кап Ф. Физика и техника ядерных реакторов. Пер. с нем. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 515 с.
7. Бартоломей Г.Г., Бать Г.А., Байбаков В.Д., Алтухов М.С. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов. Под ред. Г.А. Баты. М.: Энергоиздат, 1982. 511 с.
8. Борисенко В.И. Что необходимо определять: период или реактивность реактора? — Проблемы безопасности атомных электростанций и Чернобиля, 2010, вып. 13, с. 8—18.
9. Глессстон С., Эдлунд М. Основы теории ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. 458 с.
10. Саркисов А.А., Пучков В.Н. Физические основы эксплуатации ядерных паропроизводящих установок. М.: Энергоатомиздат, 1989. 504 с.

Поступила в Редакцию 25.06.10

УДК 621.039.51

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ВОДЫ В ЗАЗОРАХ ТВС ИРТ-3М, -4М

Насонов В.А., Рязанцев Е.П., Талиев А.В., Яшин А.Ф. (НИЦ «Курчатовский ин-т», г. Москва)

Созданные в 1963 г. для ИРТ трубчатые твэлы квадратного сечения продолжали в дальнейшем совершенствоваться. Вначале ТВС ИРТ-М состояла из трех труб [1]. В 1968 г. был освоен выпуск четырехтрубных ТВС ИРТ-2М [2]. ТВС ИРТ-3М для бассейновых и баковых исследовательских реакторов ИРТ и ВВР-С разработаны к 1979 г. для замены ТВС ИРТ-2М на ТВС с развитой поверхностью теплоотдачи [3]. Эти ТВС обогащением топлива 90% впервые стали использовать как штатные в ИР-8 НИЦ «Курчатовский институт» с 1981 г., затем в ИРТ МИФИ и ИРТ-Т в Томске. Позднее была разработана их модификация с обогащением топлива 36%, которая стала использоваться в ВВР-СМ в Ташкенте [4].

В соответствии с необходимостью снижения обогащения топлива для исследовательских реакторов разработаны ТВС ИРТ-4М с обогащением 19,7% [5]. Эти ТВС аналогичны ТВС ИРТ-3М, но имеют большую толщину твэлов и их

сердечников и меньший зазор между твэлами. Разработка была завершена в 2004 г. ТВС ИРТ-4М стали использовать в ВВР-СМ, ИРТ-1 и ВР-1 в Узбекистане, Ливии и Чехии соответственно.

В 1973 г. в НИЦ «Курчатовский институт» были проведены эксперименты для определения скорости воды в зазорах между твэлами в зависимости от перепада давления на ТВС ИРТ-2М [6]. В 1978 г. аналогичные эксперименты проведены для ТВС ИРТ-3М. В процессе разработки ТВС ИРТ-4М выполнены сравнительные гидравлические расчеты ТВС ИРТ-3М, -4М, которые позволили окончательно выбрать зазор для ИРТ-4М и определить гидравлические характеристики. В настоящей статье описываются эти эксперименты и расчеты.

Описание геометрии. ТВС ИРТ-2М, -3М, -4М состоят из коаксиальных трубчатых твэлов квадратного сечения с закругленными углами, зафиксированных в верхней и нижней концевых деталях. Каждый твэл трехслойный, состоит