

УДК 621.039.514

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ*

Постников Н.С. (НИИ механики Нижегородского госуниверситета)

В работах [1—3] в рамках точечной модели кинетики без запаздывающих нейтронов показано, что в реакторах могут возникать хаотические колебания следующего типа. Через случайные промежутки времени в реакторе происходят нейтронные вспышки случайной интенсивности, в промежутках между ними плотность нейтронов колеблется на низком уровне. Условием возникновения таких колебаний является отрицательность и немонотонность переходной функции обратной связи — отклика реактивности на ступенчатое изменение плотности нейтронов [2, 3].

В настоящей работе показывается, что аналогичные хаотические колебания возникают и в моделях реактора с запаздывающими нейтронами. Однако условием их существования служит отрицательность и немонотонность не переходной, а импульсной функции — отклика реактивности на импульсное изменение плотности нейтронов. Поскольку динамические процессы в реакторах существенно определяются запаздывающими нейтронами, то именно по свойствам импульсной функции следует судить о динамическом хаосе в конкретных типах реакторов.

Изменение плотности нейтронов опишем уравнениями кинетики

$$\dot{n} = (1 + n)\delta k + \sum_{i=1}^k \lambda_i c_i - \beta n; \quad (1)$$

$$\dot{c}_i = -\lambda_i c_i + \beta_i n; \quad i = 1, \dots, k, \quad (2)$$

где $n(t)$ — относительное отклонение плотности нейтронов от стационарного значения; t — время жизни мгновенных нейтронов; δk — реактивность; $c_i(t)/l$ — относительное отклонение от стационарного значения концентрации ядер-излучателей запаздывающих нейтронов i -й группы; k — число групп; λ_i — постоянная распада этих ядер; β_i — относительный выход запаздывающих нейтронов в результате акта деления;

$$\beta = \sum_{i=1}^k \beta_i; \quad t — время.$$

Линейные обратные связи по реактивности опишем уравнениями

$$\dot{u} = Pu + dn; \quad \delta k = b^T u, \quad (3)$$

где $u(t)$, d , $b = \theta b_0 \in R^m$; P — постоянная, гурвицева матрица $m \times m$.

Переходная функция $h(t)$ и импульсная $\omega(t)$ для обратной связи (3) — это отклик $\delta k(t)$ на ступенчатое $n(t) = 1(t)$ или импульсное $n(t) = \delta(t)$ возмущение n при $u(0) = 0$:

$$h(t) = b^T [\exp(Pt) - I] P^{-1} d; \quad \omega(t) = dh/dt = b^T \exp(Pt) d. \quad (4)$$

Известно [4, 5], что все решения системы (1)—(3) ограничены, если

$$\omega(t) < 0 \text{ при } t > 0. \quad (5)$$

*Работа поддержана грантом (№ 87 Гр-98) по фундаментальным исследованиям в области энергетики и электротехники (Минобразование, МЭИ) «Хаотическая динамика ядерных реакторов» и грантом по фундаментальным исследованиям в области автоматики и телемеханики, вычислительной техники, информатики, кибернетики, метрологии, связи (Минобразование, СПбГЭТУ) «Хаотическая динамика нелинейных систем регулирования».

Будем считать условие (5) выполненным и полагать, что оба состояния равновесия системы (1)—(3) являются неустойчивыми. При таких ограничениях установившиеся движения в системе (1)—(3) являются автоколебания.

В настоящей работе показывается, что условием их стохастичности является не-монотонность $\omega(t)$ и ограничение более жесткое, чем условие (5):

$$\omega_0(t) = \omega(t) - \omega(0)\exp(s_0 t) < 0 \text{ при } t > 0, \quad (6)$$

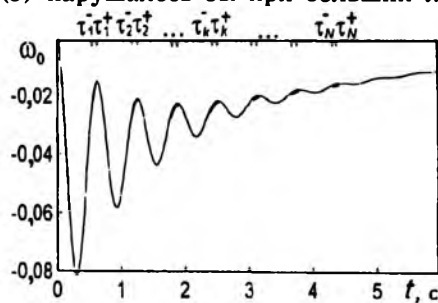
где $s_0 < 0$ — ближайшее к мнимой оси собственное значение матрицы P . Оно действительное, так как в противном случае условие (5) нарушалось бы при больших t . Пример функции $\omega_0(t)$, приводящей к хаосу, показан на рис. 1. Близкой к уравнению (6) оказывается функция $\bar{\omega}_0(t)$ и

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_0(t) = \omega(t) + \\ + \omega(0)[h(t)/h(\infty) - 1] < 0 \text{ при } t > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

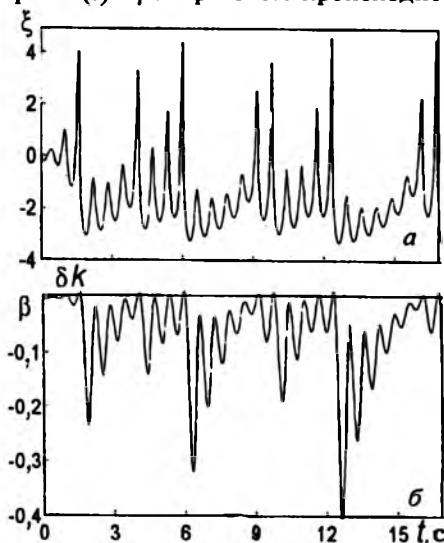
В процессе автоколебаний реактор становится то подкритическим ($\delta k(t) < 0$), то надкритическим ($\delta k(t) > 0$). Возможны хаотические колебания с выходом ($\delta k(t) > \beta$ при некоторых t) и без выхода ($\delta k(t) < \beta$ при всех $t > 0$) реактора на мгновенную кинетику. Первые характерны для случая быстрых обратных связей, т.е. таких, при которых характерное время изменения $\omega(t)$, $\delta k(t)$ сравнимо или намного меньше характерного времени распада излучателей запаздывающих нейтронов ($|\operatorname{Re} s_i| \simeq \lambda_j$ или $|\operatorname{Re} s_i| > \max_j \lambda_j$; s_i — собственные значения матрицы P). Вторые реализуются в случае медленных обратных связей ($|\operatorname{Re} s_i| < \min_j \lambda_j$). Ниже описывается механизм хаоса с выходом на мгновенную

кинетику. Описание механизма хаоса без такого выхода будет аналогичным, только фразы, что реактивность достигла β и произошел импульс делений на мгновенных нейтронах, следует заменять словами, что реактивность достигла нуля и произошел нейтронный импульс на запаздывающих нейтронах.

Пусть в некоторый момент времени реактивность превысила β . При этом реактор становится надкритическим по мгновенным нейтронам, начинается нейтронная вспышка (импульс делений). Она продолжается, пока $\delta k(t) > \beta$, и прекращается за счет действия отрицательной обратной связи (3) при $\delta k(t) < \beta$. При этом происходит резкий спад плотности нейтронов и переход на медленную кинетику. После импульса реактивность в области $\delta k(t) < \beta$ ведет себя подобно импульсной функции $\omega_0(t)$ вида (6), повторяя все ее изгибы и экстремумы. Колебания $\delta k(t)$ вызывают колебания плотности нейтронов на достаточно низком уровне, определяемом вспышкой и запаздывающими нейтронами. Они продолжают некоторое время τ до момента, когда δk вновь достигнет β и произойдет очередной нейтронный импульс. Колебания $\xi(t) = \ln[1 + n(t)]$ и $\delta k(t)$, отвечающие функции $\omega_0(t)$ на рис. 1, показаны на рис. 2.



Р и с. 1. Импульсная функция $\omega_0(t)$ вида (6)



Р и с. 2. Хаотические колебания величины $\xi(t) = \ln[1 + n(t)]$ (а) и реактивности $\delta k(t)$ (б)

Если функция $\omega_0(t)$ немонотонна, то немонотонным после всплесков в области $\delta k < \beta$ оказывается и поведение $\delta k(t)$. При этом независимо от импульса участкам роста и убывания функций $\delta k(t)$ и $\omega_0(t)$ отвечают одни и те же интервалы времени. Очередное достижение реактивностью значения β может произойти лишь на ограниченных участках повышения функции $\delta k(t)$, лежащих слева от одного из ее максимумов. Этим участкам и максимумам $\delta k(t)$ отвечают аналогичные участки и максимумы функции $\omega_0(t)$ и соответствующие им интервалы времени $\Delta\tau_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$ (эти интервалы и участки показаны на рис. 1). В связи с этим при немонотонной $\omega_0(t)$ время τ между всплесками может быть не любым, а лишь из ограниченного набора интервалов $\Delta\tau_i$. Будем говорить, что если $\tau \in \Delta\tau_i$, то очередная нейтронная вспышка инициируется i -м максимумом импульсной функции. На рис. 2, б реактивность последовательно достигает β на 4, 2, 1, 5, 1, 3, 1, 6, 1-м максимумах $\delta k(t)$.

Время τ зависит от интенсивности нейтронной вспышки, которую будем характеризовать скалярной величиной γ . Эта величина пропорциональна либо максимально достигнутой плотности нейтронов, либо энергии, выделенной в реакторе за время импульса. Чем больше γ , тем больше τ . Если $\omega_0(t)$ немонотонна, то с ростом γ величина $\tau(\gamma)$ монотонно растет в пределах допустимых интервалов $\Delta\tau_i$ и при некоторых γ_i скачком переходит от $\Delta\tau_i$ к $\Delta\tau_{i+1}$, т.е. при $\gamma = \gamma_i$ функция $\tau(\gamma)$ терпит разрыв. При выполнении условия (6) значения τ не ограничены и пробегают с ростом γ все интервалы $\Delta\tau_i$. Если же условие (6) нарушено и $\omega_0(t^*) = 0$, то при любых γ время τ не превосходит t^* . При этом все максимумы $\omega_0(t)$, лежащие в области $t > t^*$, блокируются, т.е. не могут вызывать нейтронные вспышки. Поэтому при нарушении условия (6) описываемый механизм хаоса разрушается.

Интенсивность очередной вспышки зависит от того, с какими производными $\dot{\delta k}$, $\ddot{\delta k}$, ... реактивность δk достигает β , а не от того, каким максимумом импульсной функции она инициируется. Если $\delta k(t)$ при $t = \tau$ касается линии $\delta k = \beta$, то $\dot{\delta k} = 0$ и импульса нет. Чем с большей производной пересекает $\delta k(t)$ значение β , тем большей оказывается и величина γ^* очередного импульса. Импульсы, инициируемые одним и тем же i -м максимумом $\omega_0(t)$ при $t \in \Delta\tau_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$, могут быть самыми различными по значению. Наоборот, импульсы, вызываемые разными максимумами, могут быть одинаковыми. Через $\Gamma_i = \{\gamma: \gamma = \gamma^*(\tau); \tau \in \Delta\tau_i\}$ обозначим серию импульсов, порождаемых достижением $\delta k(t) = \beta$ на i -м максимуме $\omega_0(t)$. Об очередном импульсе можно судить по производным импульсной функции, которые приближенно соответствуют производным δk в момент τ . Импульс получается большим для тех $\tau \in \Delta\tau_i$, для которых $\dot{\omega}_0(\tau)$ больше. Для $\omega_0(t)$ на рис. 1 импульс растет с увеличением τ от $\tau = \tau_i^-$ до $\tau = \tau_i^+$. В общем случае имеем

$$\gamma^* = \gamma^*(\tau) = f[\dot{\delta k}(\tau), \ddot{\delta k}(\tau), \dots] \approx \bar{f}[\dot{\omega}_0(\tau), \ddot{\omega}_0(\tau), \dots], \quad (8)$$

т.е. очередная вспышка зависит от времени между всплесками. Подставляя в уравнение (8) зависимость $\tau(\gamma)$, получим одномерное отображение

$$\gamma^* = \gamma^*(\gamma) = \varphi(\gamma), \quad (9)$$

определяющее по предыдущей вспышке следующую.

Выясним условия, при которых возникающие колебания будут стохастическими. Известно, что динамический хаос реализуется в ситуации, когда все движения системы, будучи глобально ограниченными, являются в то же время неустойчивыми. В нашем случае ограниченность обеспечивает условие (5). Неустойчивость же движений будет

возникать в ситуации, когда серии всплесков Γ_i разрастаются, т.е. каждая из серий Γ_i в следующем цикле порождает несколько различных серий Γ_j , а не одну. Это означает, что после импульсов из одной (любой) серии Γ_i , порождаемой i -м максимумом функции $\omega_0(t)$, время τ до очередной вспышки может принадлежать нескольким интервалам $\Delta\tau_j = [\tau_j^-, \tau_j^+]$, так что очередные импульсы могут порождаться уже несколькими максимумами функции $\omega_0(t)$, т.е. принадлежать нескольким сериям импульсов Γ_j . При этом возникают хаотические колебания, в процессе которых наряду с очередным импульсом γ и временем τ между вспышками случайными оказываются та серия Γ_i , которой принадлежит импульс, тот интервал $\Delta\tau_i$, которому принадлежит τ , и соответствующий интервалу $\Delta\tau_i$ максимум функции $\omega_0(t)$, вызывающий очередной импульс.

Отметим, что интенсивность нейтронных всплесков, необходимая для разрастания серий импульсов Γ_i и реализации описываемого механизма хаоса, будет в случае быстрых обратных связей обеспечена при достаточно больших значениях $\dot{\omega}(0)/\omega(0)$ и коэффициента усиления обратной связи $\theta(\delta k = \theta b_0^T u)$. Увеличение θ влечет сначала неустойчивость точки $M_0 = 0$, затем возникновение хаоса по одному из известных сценариев.

Разрастание серий импульсов можно представить в виде графа с вершинами $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$ и ребрами γ_{ij} , идущими из Γ_i в Γ_j лишь в случае, если серия импульсов из Γ_i порождает импульсы из Γ_j . Движению по ребрам графа отвечает полубесконечная последовательность $\Gamma_{i1}, \Gamma_{i2}, \dots, \Gamma_{im}, \dots$ (путь на графе). Если множество путей на графе не сводится к конечному числу замкнутых контуров или их периодическому повторению, то имеется континуум различных путей. Каждой неустойчивой траектории отвечает свой путь $\{\Gamma_i\}$ и соответствующая ему последовательность интервалов $\{\Delta\tau_i\} = \Delta\tau_{i1}, \Delta\tau_{i2}, \dots, \Delta\tau_{im}, \dots$. Более того, для каждого пути $\{\Gamma_i\}$ найдется неустойчивая траектория, которая его порождает. Если континуальное множество всех таких неустойчивых (седловых) движений является притягивающим, то оно образует хаотический (странный или квазигиперболический) аттрактор, в пределах которого и происходят стохастические автоколебания.

Строгое обоснование сказанному можно получить путем анализа многомерного отображения Пуанкаре, используя общие методы анализа таких отображений, развитые в работах [6, 7]. В настоящей работе ограничимся построением и анализом одномерных отображений вида (9), стохастичность которых служит приближенным критерием хаоса в исследуемой системе и свойства которых определяют свойства хаотических колебаний.

Рассмотрим луч $L_0(\gamma)$, выходящий из точки u_0 в направлении вектора g и лежащий в плоскости $\delta k = b^T u = \beta$ ($b^T u_0 = \beta$; $b^T g = 0$):

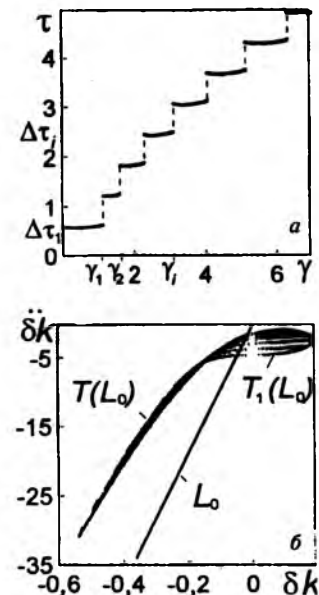
$$L_0(\gamma) = \{n, c_i u: n = n_0 = \text{const}; c_i = \beta \gamma; u = u_0 + \gamma g\}; \quad (10)$$

$$u_0 = \beta(P^{-1}d)/(b^T P^{-1}d); g = d - (b^T d)(P^{-1}d)/(b^T P^{-1}d),$$

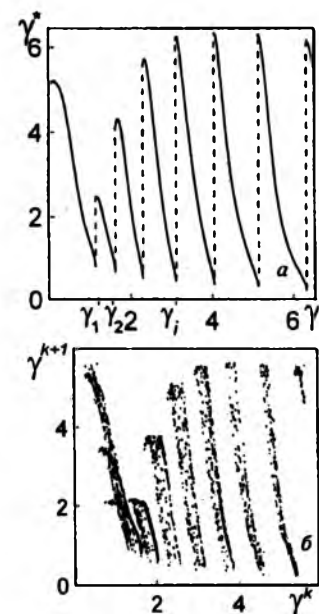
где γ — координата вдоль луча. Она соответствует нейтронной вспышке, так как после импульса траектория попадает на поверхность $\delta k = \beta$ в точке, проекция которой на L_0 пропорциональна импульсу.

Траектории системы (1)–(3), начинающиеся на луче $L_0(\gamma)$ и входящие в область $\delta k < \beta$, через время $\tau(\gamma)$ вновь попадают на поверхность $\delta k = \beta$ в точках $T_1(L_0(\gamma))$.

Затем они выходят в область $\delta k > \beta$ и возвращаются на поверхность $\delta k = \beta$ в точках $T_2[T_1(L_0(\gamma))] = T(L_0(\gamma))$. Тем самым луч L_0 преобразуется сначала в кривые $T_1(L_0(\gamma))$, затем в $T(L_0(\gamma))$, лежащие, как и луч L_0 , в плоскости $\delta k = \beta$. Отображение вида (9) получим, проектируя $T(L_0)$ на L_0 .



Р и с. 3. Зависимость $\tau(\gamma)$ на луче L_0 (а) и образы $T_1(L_0)$, $T(L_0)$ луча L_0 (б)



Р и с. 4. Одномерное отображение луча L_0 в L_0 (а) и пары (γ^{k+1}, γ^k) последовательных точек пересечения хаотической траектории поверхности $\delta k = \beta$ в проекции на луч L_0 (б)

Если условие (6) выполнено и $\omega_0(t)$ немонотонна, то функции $\tau(\gamma)$ и $\gamma^*(\gamma)$ разрывные, образы $T_1(L_0)$ и $T(L_0)$ состоят из нескольких кривых. Характерный вид функции $\tau(\gamma)$, образов $T_1(L_0)$ и $T(L_0)$ в проекции на плоскость δk , δk и отображения $\gamma^*(\gamma)$ показан на рис. 3, 4, а. Отображение $\gamma^*(\gamma)$ имеет несколько интервалов непрерывности $\Delta\gamma_i = (\gamma_{i-1}, \gamma_i)$ по числу максимумов $\omega_0(t)$. Попадание на $\Delta\gamma_i$ означает, что очередной нейтронный импульс будет принадлежать i -й серии Γ_i . По $\gamma^*(\gamma)$ строится описанный граф. Вершины графа — это интервалы $\Delta\gamma_i$. Ребра $\bar{\gamma}_{ij}$ соединяют $\Delta\gamma_i$ с $\Delta\gamma_j$, если образ $\Gamma_i = \gamma^*(\Delta\gamma_i)$ пересекает $\Delta\gamma_j$.

Изменение коэффициента усиления обратной связи θ приводит к изменению масштаба в отображении $\gamma^*(\gamma)$ по оси ординат. При достаточно большом θ возникает ситуация, когда $\gamma^*(\gamma)$ переводит в себя некоторый интервал $\Delta\gamma = [\gamma_0, \gamma_N]$, имеет на нем несколько интервалов непрерывности $\Delta\gamma_i$ и является растягивающим в каждой точке $\Delta\gamma$, за исключением, быть может, малых отрезков. Такие отображения стохастичны, а это влечет и стохастичность автоколебаний в системе (1) — (3).

Основные качественные особенности функции $\tau(\gamma)$ и отображения $T_1(L_0)$ сохраняются, если в уравнении (3) разорвать обратную связь по n , полагая $n = -1$. В этом случае для траекторий, начинающихся на L_0 , имеем $u(t) = P^{-1}d + \exp(Pt)[u_0 - P^{-1}d + \gamma g]$, а $\gamma(\tau)$ получим из условия $b^T u = \beta$: $\gamma(\tau) = [\beta - b^T P^{-1}d - b^T \exp(P\tau)(u_0 - P^{-1}d)] / [b^T \exp(P\tau)g]$.

С учетом соотношений (4), (7), (10) для $\omega(t)$, $h(t)$, $\bar{\omega}_0(t)$, u_0 , g получим функцию $\gamma(\tau)$ и проекцию $T_1(L_0)$ на плоскость δk , δk в виде

$$\gamma(\tau) = [\beta/h(\infty) + 1]h(\tau)/\bar{\omega}_0(\tau); \quad h(\infty) = -b^T P^{-1}d; \quad (11)$$

$$\dot{\delta k}(\tau) = b^T \dot{u}(\tau) = -\omega(\tau)[\beta/h(\infty) + 1] + \gamma(\tau)\dot{\bar{\omega}}_0(\tau); \quad (12)$$

$$\ddot{\delta k}(\tau) = b^T \ddot{u}(\tau) = -\dot{\omega}(\tau)[\beta/h(\infty) + 1] + \gamma(\tau)\ddot{\bar{\omega}}_0(\tau). \quad (13)$$

Функцию $\tau(\gamma)$ получим, как обратную к (11). При немонотонной $\bar{\omega}_0(\tau)$ немонотонной окажется и $\gamma(\tau)$, $\tau(\gamma)$ будет разрывной. В качестве $\tau(\gamma)$ следует брать минимальное из соответствующих γ значений τ .

Модельное аналитическое отображение $\gamma^*(\gamma)$ получим из условия (8), используя производные (12), (13). В простейшем случае будем иметь

$$\gamma^*(\gamma) = \bar{\theta} \dot{k}[\tau(\gamma)] = \bar{\theta} \{-\omega[\tau(\gamma)](\beta/h(\infty) + 1) + \gamma \bar{\omega}_0[\tau(\gamma)]\}; \quad \bar{\theta} = \text{const.} \quad (14)$$

Выражения для $\gamma^*(\gamma)$ используют лишь явный вид функций $\omega(\tau)$, $h(\tau)$, $\bar{\omega}_0(\tau)$, $\bar{\omega}_0(\tau)$. При выполнении условия (7), немонотонности $\bar{\omega}_0(t)$ и достаточно большом $\bar{\theta}$ отображения (11), (14) стохастичны и качественно верно объясняют возникновение хаоса в моделях реактора (1)–(3).

Выясним, какой должна быть структура уравнений (3) для возникновения хаоса. Заменой переменных систему (3) можно привести к виду

$$\dot{x} = s_0(x - n); \quad \dot{y} = By + \bar{d}x; \quad \delta k = ax + \theta \bar{b}_0^T y, \quad (15)$$

где $x(t) \in R^1$; $y(t)$, $\bar{b}_0$, $\bar{d} \in R^{m-1}$; $a, \theta = \text{const}$; $s_0 < 0$ — ведущее (наиболее близкое к мнимой оси) действительное собственное значение матрицы P . В случае (15) функция $\omega_0(t)$ вида (6) — это отклик $\theta \bar{b}_0^T$ на импульсное изменение $n(t) = \delta(t)$ при $x(0) = y(0) = 0$. Немонотонность и отрицательность $\omega_0(t)$ обеспечивается наличием тех же свойств у переходной от x к $\theta \bar{b}_0^T$ функции $h_0(t) = \theta \bar{b}_0^T [\exp(Bt) - I] B^{-1} \bar{d}$. При наличии этих свойств и достаточно малом $|a|$ увеличение θ с неизбежностью приводит к реализации описанного механизма хаоса в системе (1), (2), (15).

Если спектр матрицы B состоит из нескольких собственных значений $\alpha_i \pm i\omega_i$, $\alpha_i < 0$, $\omega_i > 0$, то система (15) приводится к виду

$$\dot{x} = s_0(x - n); \quad \delta k = ax + \theta \sum_{i=1}^{(m-1)/2} (b_i y_i + c_i z_i); \quad (16)$$

$$\dot{y}_i = \alpha_i y_i - \omega_i z_i - \alpha_i x; \quad \dot{z}_i = \omega_i y_i + \alpha_i z_i - \omega_i x; \quad i = 1, \dots, (m-1)/2. \quad (17)$$

Условие $h_0(t) < 0$ и $\omega_0(t) < 0$ для системы (16), (17) выполняется, например, в случае $\theta > 0$; $b_i < 0$, $c_i = 0$, $i = 1, \dots, (m-1)/2$. Немонотонность $h_0(t)$ и $\omega_0(t)$ обеспечивается за счет достаточно малых $0 < -\alpha_i/\omega_i < 0,3$.

Отметим, что кривые на рис. 1–4 соответствуют системе (1), (2) в случае обратной связи (16), (17) с одним колебательным звеном (17) ($m = 3$) и параметрами $s_0 = -0,25$; $\alpha_1 = -1$; $\omega_1 = 10$; $a = c_1 = 0$; $\theta b_1 = -0,195$; $l = 10^{-4}$ с; $\lambda_1 = 0,012$ с $^{-1}$; $\lambda_2 = 0,03$ с $^{-1}$; $\lambda_3 = 0,111$ с $^{-1}$; $\lambda_4 = 0,301$ с $^{-1}$; $\lambda_5 = 1,14$ с $^{-1}$; $\lambda_6 = 3,01$ с $^{-1}$; $\beta_1/\beta = 0,033$; $\beta_2/\beta = 0,219$; $\beta_3/\beta = 0,196$; $\beta_4/\beta = 0,395$; $\beta_5/\beta = 0,115$; $\beta_6/\beta = 0,042$; $\beta = 0,0065$.

Функции $\tau(\gamma)$, $\gamma^*(\gamma)$ и образы $T_1(L_0)$, $T(L_0)$ для луча (10) ($n_0 = 0$) построены численно с помощью траекторий системы. Численно же получена хаотическая траектория и последовательные точки $(n^k, c_i^k, x^k, y_i^k, z_i^k)$ пересечения ею сверху (после импульса) поверхности $\delta k = \beta$, $k = 1, \dots, 6000$. Эти точки спроектированы на луч L_0 ($\gamma^k = 4x^k + 10z_1^k + 0,192$), и полученные проекции γ^k отложены в плоскости (γ^{k+1}, γ^k) на рис. 4, б. Точки группируются около ветвей отображения $\gamma^*(\gamma)$ на рис. 4, а, что указывает на допустимость одномерной аппроксимации хаотических движений.

Отметим, что в работе [8] уравнения (16), (17) при $m = 3$ использованы для описания обратных связей в моделях кипящего реактора. Для конкретных параметров реактора показано [8], что увеличение θ приводит к хаотическим колебаниям. Однако их механизм отличен от рассмотренного в настоящей работе. Это известный механизм, связанный с наличием гомоклинической петли седло-фокусного состояния равновесия $M_0 = 0$ [6, 7]. Он реализуется при отсутствии максимумов у функции $\omega_0(t)$, когда значение $-\alpha_1/\omega_1$ достаточно велико ($-\alpha_1/\omega_1 > 0,4$).

К тому же виду (16), (17) при $m = 3$ могут быть приведены и уравнения обратных связей в моделях реактора с газообразной активной зоной [9]. Как показано в работе [9], акустические автоколебания, возникающие в таких реакторах, могут носить стохастический характер. При этом в зависимости от параметров реактора может реализоваться и механизм хаоса, выявленный в настоящей работе, и хаотические колебания, подобные тем, что рассмотрены в работе [8].

При соответствующем подборе обратных связей по реактивности рассмотренный тип хаотических колебаний может быть реализован в импульсных реакторах. Иной механизм хаоса в таких реакторах выявлен и изучен в работе [10]. В соответствии с ним генерация импульсов, следующих через равные промежутки времени, и стохастичность их энергии обеспечиваются не только действием внутренних обратных связей по реактивности (как в настоящей работе), но в первую очередь внешней модуляцией реактивности с заданным периодом.

В заключение отметим, что полученные в работе результаты открывают путь для выявления и других типов реакторов, в которых могут возникать стохастические автоколебания. В случае малой амплитуды они могут служить установившимся режимом работы реактора. Полученные результаты позволяют выделять области стохастичности и выбирать параметры реактора так, чтобы обеспечить стохастический режим, если он желателен и, наоборот, устранить, если характеристики хаотических колебаний неудовлетворительны с точки зрения его эксплуатации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Постников Н.С. Простейшая модель реактора со стохастическим поведением. — Атомная энергия, 1997, т. 82, вып. 1, с. 10—18.
2. Постников Н.С. Механизмы и критерии возникновения динамического хаоса в нелинейных моделях ядерного реактора и кусочно-линейных системах. — Там же, 1998, т. 85, вып. 3, с. 193—201.
3. Постников Н.С. Механизмы и критерии возникновения динамического хаоса в кусочно-линейных системах и нелинейных моделях ядерного реактора. — В кн.: Важнейшие научные результаты. Сборник кратких описаний. Нижний Новгород, Изд-во Нижегородского госуниверситета, 1999, с. 45.
4. Smets H., Storer F. An upper bound for the power of a nuclear power reactor under going step change of reactivity. — Trans. Amer. Nucl. Soc., 1960, v. 3, № 1, p. 110.
5. Smets H. Boundedness and stability of some models of nuclear reactor. — Nucl. Sci. Engng, 1970, v. 39, № 3, p. 289—295.
6. Шильников Л.П. К вопросу о структуре расширенной окрестности грубого состояния равновесия типа седло-фокуса. — Математ. сборник, 1970, т. 81(123), № 1, с. 92—103.
7. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
8. March-Leuba J. Nonlinear dynamics and chaos in boiling water reactors. — In: Noise and Nonlinear Phenom. Nucl. Syst. Proc. NATO. Adv. Res. Workshop, Valencia, May 23—27, 1988. New York, London, 1989, p. 371—385.
9. Постников Н.С. Стохастичность акустических автоколебаний в ядерных реакторах с газообразным циркулирующим топливом. — Атомная энергия, 1997, т. 83, вып. 1, с. 60—65.
10. Шабалин Е.П. Стохастическая динамика импульсного реактора периодического действия. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 1991, вып. 4, с. 3—9.

Поступила в Редакцию 5.04.2000

УДК 550.835:502

КЛАССИФИКАЦИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ТВЕРДЫХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ ПО СТЕПЕНИ РАДОНЫВЫДЕЛЕНИЯ

Титов В.К., Венков В.А., Черник Д.А., Мишина М.В.
(ВНИИ разведочной геофизики им. А.А. Логачева)

Природные источники радиации, за исключением космического излучения, связаны с земными недрами. Извлечение рудной массы (особенно при подземных способах отработки), переработка и обогащение руд приводят к контакту персонала с природ-