

Ускорители с устойчивыми соприкасающимися траекториями частиц

Е. М. Мороз

Рассматривается новый класс ускорителей, магнитная система которых состоит из нескольких секторов, разделенных промежутками с очень слабым полем. Магнитная система обладает двумя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии, но не имеет ни осей, ни центров симметрии. Все орбиты частиц проходят через общую точку, в которой расположен ускоряющий элемент—эндовибратор. Устойчивость движения частиц обеспечивается благодаря действию краевых магнитных полей секторов. Рассматриваемые магнитные системы могут быть применены в циклотронах и микротронах. Преимущества нового класса ускорителей в повышении интенсивности пучков ускоренных ионов, снижении мощности питания, возможности вывода частиц с любой орбиты, вариации энергии частиц в выведенном пучке в широких пределах.

В ускорителях со сплошным магнитом—циклотронах, фазотронах (синхроциклотронах), а также в микротронах [1], [2]—зазор магнита значительно превышает размер, необходимый для движения ускоряемых частиц, поскольку в зазоре размещается радиочастотная система (дуанты циклотрона и фазотрона, эндовибратор микротрона).

Можно существенно уменьшить мощность источников питания электромагнита и вес железа, упростить радиочастотную систему циклотронов и уменьшить радиочастотную мощность питания ускоряющего элемента, если сплошной магнит заменить специальной секционированной магнитной системой, позволяющей ускорять частицы при их прохождении через ускоряющий элемент малых размеров, расположенный в промежутке между секторами магнита. По-видимому, применение предлагаемых систем может в некоторых случаях оказаться полезным и для фазотронов. Использование таких систем в микротронах позволило бы значительно увеличить энергию и интенсивность пучка ускоренных частиц.

Разделением магнита на две равные части (с прямолинейным промежутком между ними), как предлагалось Швингером (см. [3]), подобная задача не могла быть решена из-за неустойчивости движения частиц в микротронах.

Секционированные магнитные системы, предложенные автором в 1950 г. для кольцевых ускорителей с постоянным во времени магнитным полем, а также секционированные системы с однородными полями в магнитных секторах, предложенные для циклотронов автором совместно с Рабиновичем [4], [5], а также Ливингстоном [6], обеспечивают, подобно системам Томаса [7], получение орбит, близких к концентрическим.

В настоящей работе рассматривается особый класс секционированных магнитных систем [10], отличительной особенностью которых является то, что они обеспечивают устойчивое ускорение электронов и ионов, движущихся по соприкасающимся на некоторых азимутах траекториям.

На рис. 1 приведена схема одного из вариантов ускорителя с предлагаемой магнитной системой. Жирными линиями обозначены границы однородного поля H . В точке A находится ускоряющий элемент. Показана одна из траекторий частиц. При пренебрежении влиянием поля рассеяния магнита траектория состоит из дуг окружности

$$l_{BC} = l_{C'B'} = r\varphi_1, \quad l_{DE} = l_{E'D'} = r(\pi - \varphi_1)$$

и прямолинейных участков

$$l_{AB} = l_{B'A} = l_{KF} = l_{FK} = rx,$$

$$l_{EK} = l_{K'E'} = l_{CD} \cos \varphi_1,$$

$$l_{CD} = l_{D'C'} = rkx \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varphi_1)} -$$

$$- 2r \frac{\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_1}{2}\right) \sin \frac{\varphi_1}{2}}{\cos(\varphi + \varphi_1)}.$$

Коэффициент k определяет расстояние l_{BG} между точками пересечения продолжений границ секторов BC и DG с грани-

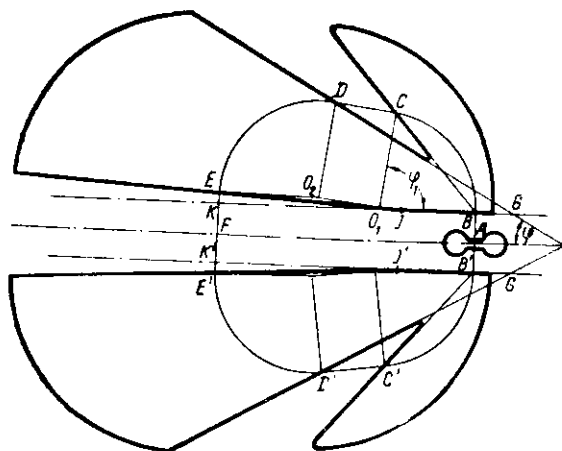


Рис. 1. Схема одного из вариантов ускорителя с соприкасающимися орбитами.

цей JG , параллельной AF ($l_{BG} = kl_{AB}$). Углы $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ между траекторией частицы и нормальными к границам секторов в точках C, D, E считаются положительными, если центр кривизны и прямолинейный участок траектории находятся по одну сторону от соответствующей нормали:

$$\gamma_1 = \gamma_C = -\frac{\pi - \varphi_1}{2}, \quad \gamma_2 = \pi - (\varphi + \varphi_1) = \gamma_D,$$

$$\gamma_3 = \gamma_E,$$

$$\operatorname{ctg} \gamma_3 = \operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\cos(\varphi + \varphi_1)}{\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_1}{2}\right) \cos \varphi_1 \sin \frac{\varphi_1}{2}}.$$

Тангенсы углов $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ в дальнейшем обозначены буквами τ_1, τ_2, τ_3 . Границы секторов BC, DG, EJ наклонены под углами $(\pi - \varphi_1)/2, \varphi, \gamma_3$ к линии симметрии магнитных секторов AF . Кроме того, в точках B и B' можно на небольшом участке вводить регулируемый наклон границ магнитных секторов под углами γ_B и $\gamma_{B'}$ (на рисунке не показаны) для управления фокусировки частиц.

Периметр орбиты L определяется следующим образом:

$$L = L_0 + 2\pi r K,$$

$$L_0 = 4rx \left[1 + k \frac{(1 + \cos \varphi_1) \sin \varphi}{2 \cos(\varphi + \varphi_1)} \right],$$

$$K = 1 - \frac{2(1 + \cos \varphi_1) \cos\left(\varphi + \frac{\varphi_1}{2}\right) \sin \frac{\varphi_1}{2}}{\pi \cos(\varphi + \varphi_1)}.$$

Теперь нетрудно найти изменение ΔT периода обращения частиц за один оборот:

$$c \frac{\Delta T}{2\pi} = \frac{eV \cos \psi}{2\pi E_0} \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{L}{\beta} \right) =$$

$$= \frac{V \cos \psi}{H} K \left[1 - \frac{L_0}{2\pi K E_0} (\zeta^2 - 1)^{-\frac{3}{2}} \right]. \quad (1)$$

Здесь $\zeta = \frac{E}{E_0}$ (E — полная энергия частицы);

$E_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя; $\beta = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\zeta}$;

$r = \frac{E_0}{eH} \sqrt{\zeta^2 - 1}$; $eV \cos \psi$ — приращение энергии частицы за оборот. В случае, когда

$$k = -\frac{2 \cos(\varphi + \varphi_1)}{(1 + \cos \varphi_1) \sin \varphi}, \quad (2)$$

в (1) отсутствует зависимость ΔT от энергии частиц. Впрочем, для релятивистских электронов в микротроне можно пренебречь этой зависимостью даже при $L_0 \neq 0$.

Обычная радиальная устойчивость орбит, для осуществления которой (как показали Томас [7] и Шифф [8]) нужно, чтобы вдоль орбиты укладывалось не менее трех периодов азимутальной вариации магнитного поля, не является необходимой в магнитных системах с соприкасающимися траекториями. Вместо этого требуется устойчивость орбит относительно ускоряющего элемента.

Величина фокусировки характеризуется отношением частот горизонтальных и вертикальных колебаний к частоте обращения:

$$\frac{\omega_{r,z}}{\omega} = \frac{\mu_{r,z}}{2\pi}, \quad 2 \cos \mu_{r,z} = A_{11}^r z + A_{22}^r z, \quad (3)$$

где A_{jk} — матричные элементы матриц A горизонтальных и вертикальных бетатронных колебаний (вычисления проводятся без учета изменения энергии частиц). Если ρ_i и z_i — горизонтальное и вертикальное отклонения частиц от оси эндовибратора при i -м прохождении через него, $\rho' = \frac{d\rho}{dt}$, $z' = \frac{dz}{dt}$,

dl — элемент длины орбиты, то

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho' \end{pmatrix}_{i+1} = A^r \begin{pmatrix} \rho \\ \rho' \end{pmatrix}_i, \quad \begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_{i+1} = A^z \begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_i.$$

Матрицы A являются произведениями большого числа весьма простых матриц трех типов:

$$\begin{aligned} A_{rx_j} &= A_{l_j} = \begin{pmatrix} 1 & l_j \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ A_{rv_j}^r &= \begin{pmatrix} \cos v_j & r \sin v_j \\ -\frac{1}{r} \sin v_j & \cos v_j \end{pmatrix}, \\ A_{rv_j}^z &= \begin{pmatrix} 1 & rv_j \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_{\gamma_j}^z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{\tau_j}{r} & 1 \end{pmatrix}, \quad (4) \end{aligned}$$

где A_{l_j} — матрицы прямолинейного участка траектории длиной l_j ; A_{rv_j} — матрицы кругового участка траектории длиной rv_j ; A_{γ_j} — матрицы, соответствующие действию краев магнитных секторов; $\tau_j = \tan \gamma_j$. Знак плюс (в выражении для $A_{\gamma_j}^z$) относится к первому верхнему индексу (r), знак минус — ко второму (z). Расчет $\cos \mu$ дан в приложении к статье. При $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$ формулы для $\cos \mu$ сильно упрощаются:

$$\begin{aligned} \cos \mu_r &= 3 - 6c + 6c^2 - 2c^3, \\ \cos \mu_z &= \left[\pi \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right] + 2(1 + \pi)c - \\ &- 2 \left[\pi \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right] c^2 - 2(1 + \pi)c^3 + \\ &+ \pi \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) c^4, \end{aligned}$$

где $c = \operatorname{ctg} \varphi$. Исследование этих выражений показывает (рис. 2), что вертикальная фокусировка значительно изменяется при сравнительно небольшом изменении фокусных расстояний тонких магнитных линз, образуемых краями секторов. Очевидно, главную роль играет более резкое изменение расстояний между линзами. С таким выводом согласуется и рис. 3, на котором изображены линии равных значений $\cos \mu$, являющиеся границами и «средними линиями» областей устойчивости при $x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$. На рис. 4 показана зависимость $\cos \mu_z$ от φ_1 при различных значениях угла φ ($x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$), а на рис. 5 приведены

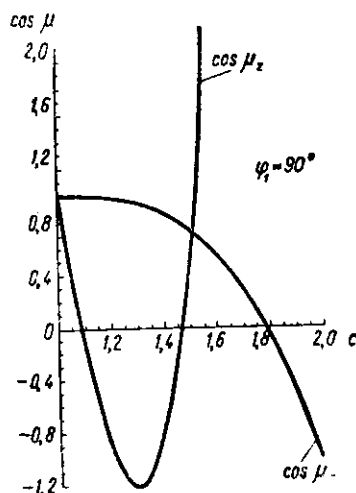


Рис. 2. Зависимость $\cos \mu_r$ и $\cos \mu_z$ от $c = \operatorname{ctg} \varphi$ при $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$.

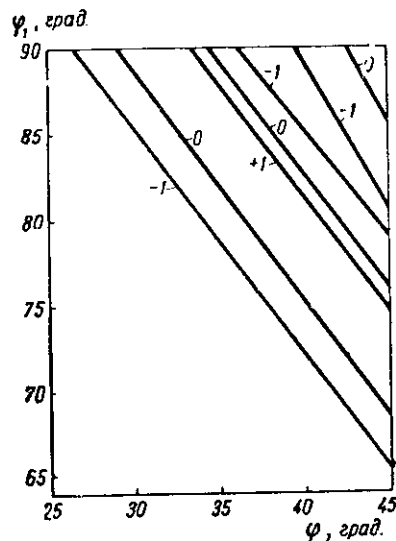
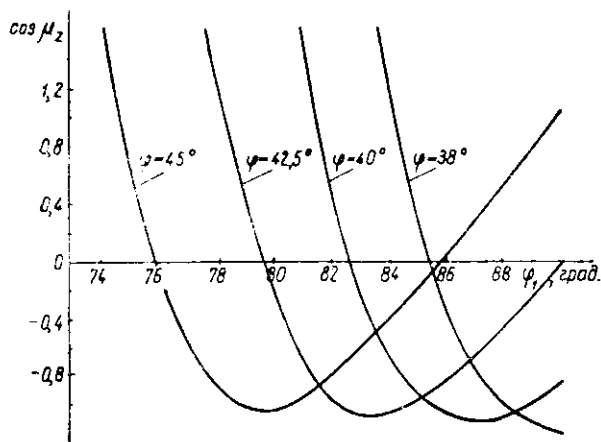


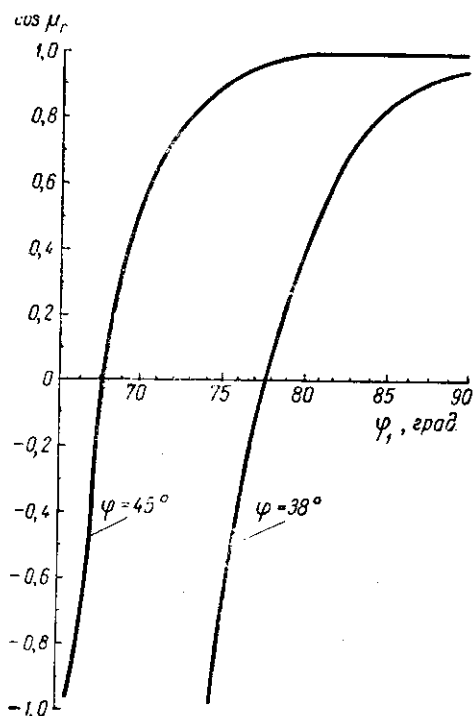
Рис. 3. Линии равных значений $\cos \mu$ при $x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$.

Пять верхних линий относятся к $\cos \mu_z$, две нижние — к $\cos \mu_r$. Точки $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ соответствуют значениям $\cos \mu_r = \cos \mu_z = 1$.

соответствующие кривые для $\cos \mu_r$. Сделанный вывод позволяет предположить, что роль прямолинейных промежутков l_{AB} сводится к изменению $\cos \mu$ в том же направ-


 Рис. 4. Зависимость $\cos \mu_z$ от φ_1 при $x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$.

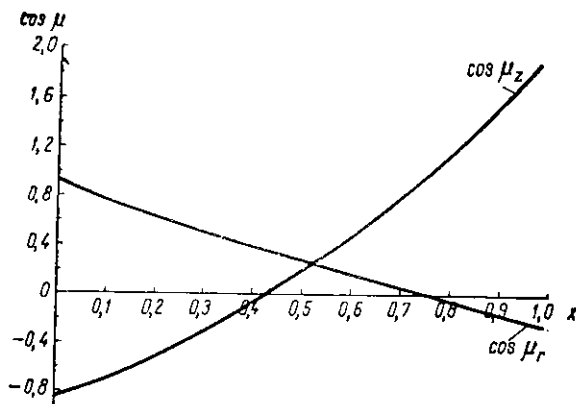
лении, как и при увеличении отклонения углов φ и φ_1 соответственно от значений $\varphi = \frac{\pi}{4}$ и $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$. Результаты расчета, плю-


 Рис. 5. Зависимость $\cos \mu_r$ от φ_1 при $x = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$.

стрируемые рис. 6, подтверждают это предположение (на рисунке представлена зависимость $\cos \mu$ от x при $k = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$).

Видно, что устойчивость движения существует в широком диапазоне значений x , причем по мере роста энергии частиц частота вертикальных бетатронных колебаний возрастает, а частота радиальных колебаний несколько уменьшается.

Интересно рассмотреть зависимость $\cos \mu$ от x при соблюдении условия (2), обеспечивающего зависимость вида $T = E \text{const}$ между периодом обращения и энергией частиц. В результате расчетов выяснилось,


 Рис. 6. Зависимость $\cos \mu_r$ и $\cos \mu_z$ от x при $k = \gamma_B = \gamma_{B'} = 0$.

что в этом случае можно обеспечить достаточно широкую область устойчивости. Значения частот бетатронных колебаний удобно регулировать изменением углов γ_B и $\gamma_{B'}$.

Рассмотренные здесь магнитные системы с соприкасающимися траекториями ускоряемых частиц могут быть применены в циклотроне для получения ионов больших энергий. Постоянство периода обращения ионов при ускорении до весьма больших энергий может быть обеспечено, несмотря на релятивистское возрастание массы, введением соответствующей зависимости величин φ , φ_1 и k от безразмерной величины энергии ξ . Преимущество таких систем по сравнению с магнитами, предложенными Томасом, состоит также и в том, что в системах, подобных изображенной на рис. 1, значительно уменьшено число возможных резонансов, способных раскачать бетатронные колебания. Наличие промежутков между секторами представляет преимущество и при решении задачи о выводе ускоренного пучка

из циклотрона, причем вывод может быть осуществлен практически с любой орбиты. Таким образом, изменение энергии пучка выводимых ионов можно производить путем поступательного перемещения выводного устройства без перестройки радиочастоты и без изменения напряженности магнитного поля.

Одной из особенностей микротрона по сравнению с другими типами электронных циклических ускорителей является легкость инжекции и вывода частиц вследствие значительных расстояний между соседними орбитами на некоторых азимутах. В частности, вывод ускоренных частиц из микротронов рассматриваемого типа можно легко осуществить с любой из микротронных орбит при помощи параллельно перемещающегося магнитного канала. Длина магнитного канала $l \approx \frac{r}{2} \left(\varphi + \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \right)$. При этом вывод частиц происходит в одном и том же направлении независимо от того, с какой орбиты «снимаются» частицы. Такой метод вывода частиц с различных орбит можно использовать и в обычных микротронах. Он имеет ряд преимуществ по сравнению с известными методами [9].

Появление микротрона с секционированной магнитной системой, несомненно, приведет также и к расширению области применений микротрона. Он может быть использован как генератор весьма коротких ($t < 10^{-11}$ сек.) электронных импульсов большой энергии, как эффективный источник γ -лучей, нейтронов и как генератор микро-радиоволн [11].

Автор выражает благодарность В. И. Векслеру и М. С. Рабиновичу за внимание к работе и ценные советы.

Поступила в редакцию 1 IV 1957 г.

Приложение

Формулы для $\cos \mu_r$

Пропаводя перемножение семи матриц

$$A = A_{rx} A_{\gamma B} A_{K'B'} A_{2rx} A_{BK} A_{\gamma B} A_{rx}$$

и подставляя результат в (3), получим

$$\begin{aligned} \cos \mu_r, z = & -1 + 2B_{11}B_{22} \pm p \frac{B_{12}}{r} B_{22} + \\ & + x \left\{ 2rB_{21}(B_{11} + B_{22}) \pm p[-1 + B_{22}(2B_{11} + B_{22})] + \right. \\ & \left. + 2q \frac{B_{12}}{r} B_{22} \right\} + 2x^2 [(rB_{21})^2 \pm prB_{21}B_{22} + q(B_{22})^2], \quad (5) \end{aligned}$$

где

$$p = \tau_B + \tau_{B'}; \quad q = \tau_B \tau_{B'};$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = A_{BK},$$

(знаки $\pm$ относятся соответственно к индексам r и z). Матрица $A_{K'B'}$ составлена из тех же элементов, что и A_{BK} :

$$A_{K'B'} = \begin{pmatrix} B_{22} & B_{12} \\ B_{21} & B_{11} \end{pmatrix},$$

поскольку A_{BK} и $A_{K'B'}$ соответствуют участкам траектории, которые являются зеркальными отображениями друг друга.

Элементы B находим после перемножения семи матриц:

$$B = A_{lEK} A_{\gamma_2} A_{r(\pi-\varphi_1)} A_{\gamma_2} A_{lCD} A_{\gamma_1} A_{r\varphi_1}.$$

Получается, что

$$B_{11} = a_{11} + b_{11} \frac{l_{CD}}{r} + a_{21} \frac{l_{EK}}{r} + b_{21} \frac{l_{CD}}{r} \frac{l_{EK}}{r},$$

$$\frac{1}{r} B_{12} = a_{12} + b_{12} \frac{l_{CD}}{r} + a_{22} \frac{l_{EK}}{r} + b_{22} \frac{l_{CD}}{r} \frac{l_{EK}}{r},$$

$$rB_{21} = a_{21} + b_{21} \frac{l_{CD}}{r}, \quad B_{22} = a_{22} + b_{22} \frac{l_{CD}}{r},$$

где

$$a_{11}^r = \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + c_1^2} c_1 - 1; \quad a_{11}^z = 1 - (\tau_1 + \tau_2)(\pi - \varphi_1);$$

$$b_{11}^r = \frac{c_1 - \tau_1 c_1^2 - \tau_2 + \tau_1 \tau_2 c_1}{1 + c_1^2}; \quad b_{11}^z = -\tau_1 + \tau_1 \tau_2 (\pi - \varphi_1);$$

$$a_{12}^r = \frac{\tau_1 + \tau_2}{1 + c_1^2}; \quad a_{12}^z = \varphi_1 + [1 - (\tau_1 + \tau_2) \varphi_1] (\pi - \varphi_1);$$

$$b_{12}^r = \frac{-c_1^2 - (\tau_1 + \tau_2) c_1 + \tau_1 \tau_2}{1 + c_1^2};$$

$$b_{12}^z = (1 - \tau_1 \varphi_1) [1 - \tau_2 (\pi - \varphi_1)];$$

$$a_{21}^r = \frac{1}{1 + c_1^2} [- (\tau_1 + \tau_2) c_1^2 + \tau_3 (1 + c_1^2) - (\tau_1 + \tau_2) \tau_3 c_1];$$

$$a_{21}^z = -(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) + (\tau_1 + \tau_2) \tau_3 (\pi - \varphi_1);$$

$$b_{21}^r = \frac{1}{1 + c_1^2} [1 - (\tau_1 - \tau_2 + \tau_3) c_1 -$$

$$- \tau_1 (\tau_2 - \tau_3) c_1^2 - \tau_2 \tau_3 - \tau_1 \tau_2 \tau_3 c_1];$$

$$b_{21}^z = \tau_1 (\tau_2 + \tau_3) - \tau_1 \tau_2 \tau_3 (\pi - \varphi_1);$$

$$a_{22}^r = -\frac{(\tau_1 + \tau_2)(c_1 + \tau_3)}{1 + c_1^2} - 1;$$

$$a_{22}^z = 1 - (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) \varphi_1 - [1 - (\tau_1 + \tau_2) \varphi_1] \tau_3 (\pi - \varphi_1);$$

$$b_{22}^r = \frac{1}{1 + c_1^2} [-c_1 - \tau_1 - (\tau_2 - \tau_3) c_1^2 -$$

$$- (\tau_1 \tau_2 - \tau_1 \tau_3 + \tau_2 \tau_3) c_1 - \tau_1 \tau_2 \tau_3];$$

$$b_{22}^z = (1 - \tau_1 \varphi_1) [- (\tau_2 + \tau_3) + \tau_2 \tau_3 (\pi - \varphi_1)];$$

$$c_1 = \text{ctg } \varphi_1.$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. И. Векслер. ДАН СССР 43, 346 (1944).
 2. Е. М. Мороз. ДАН СССР 106, 986 (1956).
 3. L. I. Schiff. Rev. Sci. Instr. 17, 6 (1946).
 4. Е. М. Мороз. ДАН СССР 108, 436 (1956).
 5. Е. М. Мороз и М. С. Рабинович. CERN Symposium, Proceedings, Geneva, 1956, vol. 1, p. 547.
 6. R. S. Livingston. Industr. and Engng. Chem. 48, 1231 (1956).
 7. L. H. Thomas. Phys. Rev. 54, 580, 588 (1938).
 8. L. I. Schiff. Phys. Rev. 54, 1114 (1938).
 9. E. Brannen, H. I. S. Ferguson. Rev. Sci. Instr. 27, 833 (1956).
 10. Е. М. Мороз. ДАН СССР 115, 78 (1957).
 11. P. D. Coleman, M. D. Sirkus. J. of Appl. Phys. 26, 1385 (1955); 27, 1250 (1956).
-