

Поправки на многократное рассеяние в сферической и кольцевой геометриях

В. Ф. Турчин

В статье предложен метод внесения поправок на многократное рассеяние в результаты измерений угловых распределений упруго рассеянных нейтронов. Считается, что средний путь нейтрона в образце, на котором происходит рассеяние, сравним со свободным пробегом нейтрона, но не превышает его значительно.

Сначала путем непосредственного вычисления интегралов находится вероятность двукратного и оценивается вероятность трех- и более кратного рассеяния для шара и кольца кругового и прямоугольного сечений в случае изотропного рассеяния нейтронов. В случае анизотропного рассеяния нейтронов с энергией порядка нескольких миллионов электроновольт сечение представляется в виде суммы $\sigma(\theta) = \sigma_1(\theta) + \sigma_2(\theta)$, где $\sigma_1(\theta)$ — пик вперед, а $\sigma_2(\theta)$ более или менее изотропно. Соответственно этому все акты упругого рассеяния делятся условно на два типа, а все случаи двукратного рассеяния — на четыре типа. Вероятности двукратного рассеяния всех четырех типов вычисляются на основе результатов, полученных для случая изотропного рассеяния. Аналогично оценивается трех- и более кратное рассеяние.

При измерении угловых распределений упруго рассеянных нейтронов для увеличения статистической точности часто приходится использовать рассеиватели, толщина которых сравнима со свободным пробегом нейтрона в исследуемом веществе. В этих случаях при обработке результатов эксперимента необходимо учитывать, что, кроме однократно рассеянных нейтронов, в детектор попадают нейтроны, испытавшие несколько соударений. Так как размеры рассеивателя все же не бывают настолько велики, чтобы трех- и более кратно рассеянные нейтроны играли существенную роль (иначе эксперимент теряет смысл), задача сводится к тому, чтобы рассчитать число двукратно рассеянных нейтронов и оценить число нейтронов, рассеянных не менее трех раз. Этой задаче и посвящена настоящая работа.

Пусть исследуемый образец (рассеиватель) помещен в нейтронный поток, равный по величине единице.

Введем следующие обозначения: $\Sigma_1(\theta, \varphi) d\Omega$ — число нейтронов, претерпевших однократное рассеяние в элемент телесного

угла $d\Omega$ в направлении, определяемом углами θ и φ ; $\Sigma_2(\theta, \varphi) d\Omega$ — то же для двукратного рассеяния; $\Sigma_m(\theta, \varphi) d\Omega = \Sigma_3(\theta, \varphi) d\Omega + \Sigma_4(\theta, \varphi) d\Omega + \dots$ — для трех- и более кратного рассеяния.

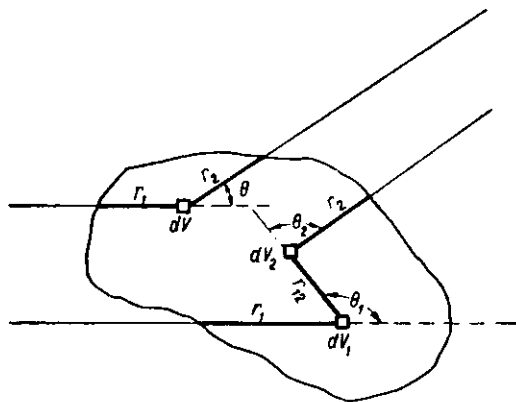


Рис. 1. Путь нейтрона в образце.

Легко видеть (рис. 1), что

$$\Sigma_1(\theta, \varphi) = \int_V n\sigma(\theta) e^{-n\sigma[r_1+r_2(\theta, \varphi)]} dV \quad (1)$$

и

$$\Sigma_2(\theta, \varphi) = \int_V n^2 \sigma(\theta_1) \sigma(\theta_2) e^{-n\sigma(r_1+r_2)} \times \\ \times \frac{e^{-n\sigma r_{12}}}{r_{12}^2} dV_1 dV_2, \quad (2)$$

где $\sigma(\theta)$ — дифференциальное сечение упругого рассеяния; σ — полное сечение; n — число ядер вещества в единице объема.

Нас будет интересовать главным образом случай кольцевой геометрии (рис. 2). Обычно

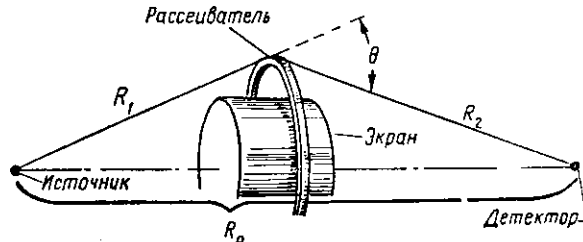


Рис. 2. Кольцевая геометрия.

в опытах измеряется отношение N/N_0 , где N — число регистрируемых детектором рассеянных нейтронов, когда прямой пучок закрыт экраном, а N_0 — число регистрируемых нейтронов при отсутствии экрана и рассеивателя. Для изотропного детектора N/N_0 связано с введенными макроскопическими сечениями следующим образом:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{R_0^3}{R_1^2 R_2^2} (\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_m). \quad (3)$$

Изотропное рассеяние

Вычислим сначала вероятность однократного и двукратного рассеяния нейтронов для случая, когда $\sigma(\theta) = \text{const} = \frac{\sigma_s}{4\pi}$ (σ_s — сечение упругого рассеяния). Формулу (1) запишем в виде

$$\Sigma_1(\theta, \varphi) = nV \frac{\sigma_s}{4\pi} t_1(\theta, \varphi), \quad (4)$$

где

$$t_1(\theta, \varphi) = \frac{1}{V} \int e^{-n\sigma(r_1+r_2)} dV; \quad (5)$$

V — объем образца; t_1 — средний коэффициент проходимости (усредненная по объему рассеивателя вероятность того, что рассеянный нейтрон избежит поглощения и повторного рассеяния при прохождении через образец).

В выражении (2) для двукратного рассеяния множитель $e^{-n\sigma(r_1+r_2)}$ всюду положителен. Его максимальное значение равно единице, минимальное не очень мало, так как мы считаем, что путь нейтрона в рассеивателе $r_1 + r_2$ не превышает намного свободного пробега, хотя и сравним с ним по величине. Поэтому, применяя теорему о среднем и подставляя $\sigma(\theta) = \sigma_s/4\pi$, выражение (2) можно записать так:

$$\Sigma_2(\theta, \varphi) = \left(nV \frac{\sigma_s}{4\pi} \right)^2 t_2(\theta, \varphi) \bar{e}_{12}, \quad (6)$$

где

$$\bar{e}_{12} = \frac{1}{V^2} \iint \frac{e^{-n\sigma r_{12}}}{r_{12}^2} dV_1 dV_2; \quad (7)$$

$$t_2(\theta, \varphi) = \frac{1}{V^2} \iint e^{-n\sigma(r_1+r_2)} dV_1 dV_2; \quad (8)$$

$t_2(\theta, \varphi)$ — «коэффициент проходимости» для двукратного рассеяния. Формулу (8) для $t_2(\theta, \varphi)$ можно представить как произведение двух объемных интегралов, так как r_1 зависит только от координат элементарного объема dV_1 , а r_2 — от координат dV_2 .

Шаровая геометрия. Пусть рассеивателем является шар радиуса R . Из выражения (8) получаем

$$t_2(\theta, \varphi) = t_2 = \frac{9}{16\rho^6} \left\{ \rho^2 - \left[\frac{1}{2} - \left(\rho + \frac{1}{2} \right) e^{-2\rho} \right]^2 \right\}, \quad (9)$$

где $\rho = Rn\sigma = R/l$ — радиус шара в единицах свободного пробега нейтрона l .

Разлагая экспоненту в выражении (7) в ряд и используя соотношение

$$r^n = \frac{1}{n+3} \text{div}(r^n \mathbf{r}),$$

находим, что

$$\bar{e}_{12} = \frac{1}{R^2} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h \cdot 9 \cdot 2^{h+1}}{(h+2)! (h+4)!} \rho^h = \\ = \frac{1}{R^2} \left[\frac{9}{4} - \frac{6}{5} \rho + \frac{1}{2} \rho^2 - \dots \right]. \quad (10)$$

Кольцевая геометрия. Пусть рассеиватель имеет вид кольца, радиальное сечение которого представляет собой круг радиуса R (рис. 3). Будем считать, что радиус кольца R_0 много больше R и l (свободный пробег нейтрона). Рассмотрим нейтроны, которые испытали первое соударение в цилиндрике бесконечно малой высоты dh , а второе — в любой

точке кольца. Ясно, что при вычислении вклада этих нейтронов в Σ_2 кольцо можно «распрямить», т. е. заменить бесконечным цилиндром того же сечения. Это следует из того, что $R_0 \gg l$ и вклад тех областей, где сказывается различие между кольцом и цилиндром, весьма мал.

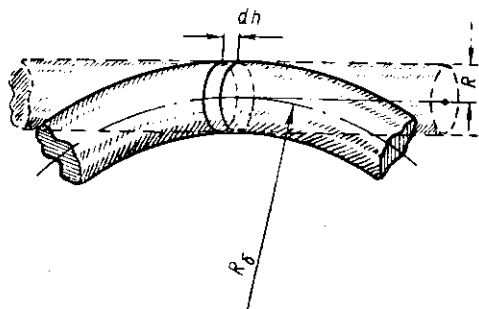


Рис. 3. «Распрямление» кольца.

Таким образом, наша задача сводится к вычислению числа нейтронов $d\Sigma_2(\theta)d\Omega$, которые рассеялись в цилиндрике высотой dh и затем рассеялись второй раз в произвольной точке бесконечного цилиндра и вылетели перпендикулярно его образующей под углом θ к первоначальному направлению в телесный угол $d\Omega$. Аналогично ставится задача и для кольца с сечением произвольной формы, например прямоугольной.

Очевидно, что для всего кольца

$$\Sigma_2(\theta) = \frac{d\Sigma_2(\theta)}{dh} 2\pi R_0. \quad (11)$$

Формулы (6), (7), (8) непосредственно не применимы к этой задаче, так как они получены для рассеивателей конечных размеров. Однако можно легко получить следующие «двумерные аналоги» этих формул:

$$\frac{d\Sigma_2(\theta)}{dh} = \left(\frac{n\tau_s}{4\pi}\right)^2 t_2(\theta) \int_{-\infty}^{\infty} dz \int \frac{e^{-r_{12}/l}}{r_{12}^2} dS_1 dS_2, \quad (12)$$

$$t_2(\theta) = \left(\frac{1}{S} \int e^{-r_1/l} dS_1\right) \left(\frac{1}{S} \int e^{-r_2/l} dS_2\right), \quad (13)$$

где интегрирование производится по поперечному сечению кольца S . $t_2(\theta)$ зависит от геометрии опыта и может быть без труда вычислено для каждого конкретного случая. В частности, для кольца кругового сечения

$t_2(\theta)$ не зависит от θ и равно

$$t_2 = \left[1 - \frac{8}{3\pi} \frac{R}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{l}\right)^2 - \frac{32}{45\pi} \left(\frac{R}{l}\right)^3 + \frac{1}{12} \left(\frac{R}{l}\right)^4 - \dots \right]^2. \quad (14)$$

Интеграл, входящий в формулу (12), при не очень больших S был вычислен приближенно (с точностью $\sim 1\%$). В результате получено следующее выражение:

$$\frac{d\Sigma_2(\theta)}{dh} = \left(\frac{n\tau_s}{4\pi}\right)^2 t_2(\theta) l^3 [\alpha S' + \beta S'^{3/2} - \gamma S'^2], \quad (15)$$

где $S' = \frac{S}{l^2}$; α , β , γ — коэффициенты, значения которых для различных областей изменения S' приведены в таблице.

Таблица

Значения коэффициентов α , β , и γ

Интервал изменения S'	α	β	γ
$0 < S' \leq 0,07$	0	1,56	6,480
$0,07 < S' \leq 0,3$	0	1,43	3,760
$0,3 < S' \leq 0,8$	0	1,30	2,452
$0,8 < S' \leq 1,5$	0,59	1,09	1,648

Множитель F зависит от формы поперечного сечения кольца. Для круга $F = \frac{32}{3} \sqrt{\pi}$, для прямоугольника со сторонами a и b

$$F = -\frac{8}{3} \left\{ \sqrt{\frac{b}{a}} \left[\ln \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\vartheta}{2} \right) \right] + \sqrt{\frac{a}{b}} \left[\ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\vartheta}{2} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \vartheta \right] \right\}, \quad (16)$$

где $\vartheta = \arctg \frac{b}{a}$. Зависимость F от ϑ представлена графически на рис. 4.

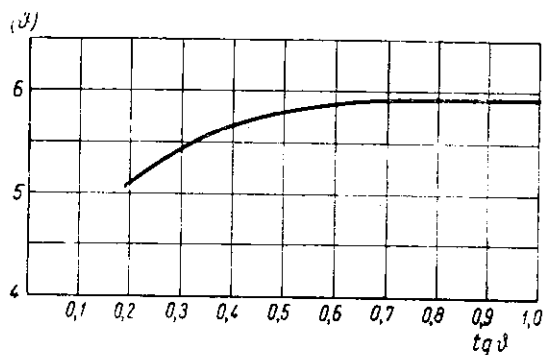


Рис. 4. График $F(\vartheta)$.

Поправка на трех- и более кратное рассеяние. Макроскопическое сечение однократного рассеяния (2) выражается точно через интеграл, который легко вычисляется. $\Sigma_2(\theta)$ мы вычислили приблизительно, сделав ряд упрощающих предположений. Для $\Sigma_m(\theta)$ достаточно простой оценки.

Рассмотрим шар радиуса R . Предположим, что поглощение нейтронов отсутствует, т. е. $\sigma_s = \sigma$. Вычислим число нейтронов Σ_0 , которые проходят через шар, не рассеиваясь. Вычтем это число из числа всех нейтронов, падающих на шар. Тогда получим полное число рассеянных нейтронов $\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_m$, где $\Sigma_1 = \int \Sigma_1(\theta) d\Omega$ и т. д. Вычитая отсюда известные Σ_1 и Σ_2 , получим Σ_m . Первые члены разложения Σ_m по R/l имеют вид

$$\frac{\Sigma_m}{\pi R^2} = 0,7 \left(\frac{R}{l} \right)^3 - 1,12 \left(\frac{R}{l} \right)^4 + \dots \quad (17)$$

Посмотрим теперь, что изменится, если часть нейтронов поглощается, т. е. если $\sigma_s < \sigma$. Запишем Σ_1 , Σ_2 и Σ_3 в виде

$$\Sigma_1 = 4\pi \left(\frac{1}{2} \int_0^\pi t_1(\theta) \sin \theta d\theta \right) \left(nV \frac{\sigma_s}{4\pi} \right), \quad (18)$$

$$\Sigma_2 = 4\pi t_2 \left(nV \frac{\sigma_s}{4\pi} \right)^2 \left(\frac{e^{-\pi r_{12}}}{r_{12}^2} \right), \quad (19)$$

$$\Sigma_3 = 4\pi t_3 \left(nV \frac{\sigma_s}{4\pi} \right)^3 \left(\frac{e^{-\pi(r_{12} + r_{23})}}{r_{12}^2 r_{23}^2} \right). \quad (20)$$

Формула (20) выводится так же, как и формула (19).

Рассмотрим для сравнения случай, когда полное сечение остается тем же (σ), но поглощения не происходит. Выражения для соответствующих величин $\Sigma_1^{(0)}$, $\Sigma_2^{(0)}$, $\Sigma_3^{(0)}$ отличаются от (18), (19), (20) только тем, что в них σ_s заменено на σ .

Поэтому

$$\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \frac{\sigma_s}{\sigma} \frac{\Sigma_2^{(0)}}{\Sigma_1^{(0)}}, \quad (21)$$

$$\frac{\Sigma_3}{\Sigma_2} = \frac{\sigma_s}{\sigma} \frac{\Sigma_3^{(0)}}{\Sigma_2^{(0)}}. \quad (22)$$

Поскольку главную часть Σ_m составляет Σ_3 , мы можем написать

$$\frac{\Sigma_m}{\Sigma_2} = \frac{\sigma_s}{\sigma} \frac{\Sigma_m^{(0)}}{\Sigma_2^{(0)}}. \quad (23)$$

Так как входящие в выражение (23) величины известны, то оно является реше-

нием задачи введения поправки на трех- и более кратное рассеяние для шара. Для более сложных геометрических условий проделать вычисления аналогичные приведенным выше, очень трудно. Но оценить Σ_m можно следующим образом. Построим для шара отношение Σ_m/Σ_2 как функцию отношения Σ_2/Σ_1 и будем считать, что эта функция сохраняется для любой геометрии (в этом и заключается грубость оценки Σ_m , так как для шара оно вычислено сравнительно точно). Тогда, зная Σ_2/Σ_1 , мы для любой геометрии легко найдем Σ_m/Σ_2 . Обозначая через f_0 зависимость $\Sigma_m^{(0)}/\Sigma_2^{(0)}$ от $\Sigma_2^{(0)}/\Sigma_1^{(0)}$ для случая отсутствия поглощения, получаем из (23) и (21)

$$\frac{\Sigma_m}{\Sigma_2} = \frac{\sigma_m}{\sigma} \frac{\Sigma_m^{(0)}}{\Sigma_2^{(0)}} = \frac{\sigma_s}{\sigma} f_0 \left(\frac{\Sigma_2^{(0)}}{\Sigma_1^{(0)}} \right) = \frac{\sigma_s}{\sigma} f_0 \left(\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} \frac{\sigma}{\sigma_s} \right). \quad (24)$$

Используя формулу (17), получаем

$$f_0(x) = 0,93x + 1,2x^2 + \dots \quad (25)$$

Анизотропное рассеяние

До сих пор мы считали, что $\sigma(\theta) = \text{const}$. Полученные результаты мы используем теперь для вычисления многократного рассеяния в более реальных случаях.

Типичное угловое распределение упруго рассеянных нейтронов с энергией порядка нескольких миллионов электронов вольт имеет резкий пик в интервале от 0 до θ_0 ($\theta_0 \approx 20 - 40^\circ$) и более или менее изотропно при $\theta > \theta_0$. Представим $\sigma(\theta)$ в виде суммы $\sigma_1(\theta) + \sigma_2(\theta)$, где $\sigma_1(\theta)$ соответствует пику при малых θ и обращается в нуль при $\theta \geq \theta_0$, а $\sigma_2(\theta)$ более или менее изотропно, т. е. не имеет отчетливой направленности, в интервале $0 < \theta < \pi$. Такое представление сечения означает, что мы разделили (конечно, условно) все акты упругого рассеяния на два класса: к первому классу относится большая часть рассеяний на малые углы ($\theta < \theta_0$), ко второму – все акты рассеяния на большие углы и часть актов рассеяния на малые углы. Последняя описывается функцией $\sigma_2(\theta)$ при $\theta < \theta_0$.

Все двукратные упругие соударения делятся, очевидно, на 4 класса: (1+1), (2+2), (1+2), (2+1), где цифрой обозначен тип однократного рассеяния. Число нейтронов, двукратно рассеявшихся по закону $\sigma_1(\theta)$ (класс (1+1)), будет вычислено ниже. Для

вычисления числа нейтронов, испытавших двукратное рассеяние класса $(2+2)$, заменим $\sigma_2(\theta)$ изотропным сечением $\sigma(\theta) = \sigma_s/4\pi$, где $\sigma_s = \int \sigma_2(\theta) d\Omega$, и найдем интересные

нас поправки изложенным в предыдущем разделе способом. При этом в качестве полного сечения σ следует брать полное сечение взаимодействия $\sigma = \int [\sigma_1(\theta) + \sigma_2(\theta)] \times$

$\times d\Omega + \sigma_c$, где σ_c — сечение всех неупругих процессов. Какова погрешность такого расчета? Так как сечение $\sigma_2(\theta)$ не имеет резко выделенных направлений, двукратное рассеяние заведомо можно считать изотропным. Что же касается полного числа двукратно рассеянных нейтронов, то ясно, что, усреднив $\sigma_2(\theta)$, мы тоже сделаем весьма незначительную ошибку, хотя оценить ее трудно. Чтобы найти вклад нейтронов, претерпевших двукратное рассеяние двух последних классов, заменим «пиковое» сечение $\sigma_1(\theta)$ δ -функцией от θ с тем же интегралом по $d\Omega$. Что произойдет от такой замены? Во-первых, изменится угловое распределение двукратно рассеянных нейтронов. В реальном случае оно имеет вид $\sigma_2(\theta)$, размазанного благодаря наличию рассеяния на малые углы на некоторую величину, не превышающую θ_0 . В идеализированном случае (с δ -функцией) оно имеет в точности такой же вид, как и $\sigma_2(\theta)$. Мы пренебрежем этим различием, так как двукратное рассеяние само по себе является поправкой. Во-вторых, изменится средний путь, проходимый нейтроном. В реальном случае он получается путем усреднения по ломаной линии с двумя изломами, в идеализированном случае — с одним. Но так как второй излом изменяет направление полета нейтрона на малый угол и путь, проходимый нейтроном в веществе, изменяется из-за этого как в ту, так и в другую сторону, средний путь, а вместе с ним и величина двукратного рассеяния изменятся слабо.

Итак, мы заменили $\sigma_1(\theta)$ δ -образной функцией от θ , т. е. рассеянием на угол $\theta = 0$. Но упругое рассеяние на нулевой угол вообще не есть рассеяние. Таким образом, процессы $(1+2)$ и $(2+1)$ в рассмотренном приближении просто совпадают с однократным рассеянием типа «2» при полном сечении $\sigma = \int \sigma_2(\theta) d\Omega + \sigma_c$, и, чтобы учесть их,

надо при вычислении вероятности однократного рассеяния типа «2» вычесть из полного сечения член $\int \sigma_1(\theta) d\Omega$. Ясно, что при этом учитываются также процессы $(1+1+2)$, $(2+1+1)$, $(1+2+1+1)$ и т. д.

Обратимся теперь к вычислению вероятности двукратного рассеяния типа $(1+1)$. Рассмотрим пластинку толщиной a и площадью S , на которую падают нейтроны и рассеиваются по закону $\sigma_1(\theta)$. Для $\Sigma_2(\theta)$ имеем согласно (2)

$$\Sigma_2^{(1+1)}(\theta) = n^2 \int_0^a S dr_1 \int e^{-n\sigma(r_1+r_{12}+r_2)} \times \\ \times r_{12}^{-2} \sigma_1(\theta_1) \sigma_1(\theta_2) dV_2.$$

Так как $\sigma(\theta)$ быстро убывает с ростом θ , наибольший вес в интеграле имеют малые углы θ_1 и θ_2 , и можно заменить их косинусы на единицу. Тогда легко получить

$$\Sigma_2^{(1+1)}(\theta) = n^2 e^{-n\sigma a} S \frac{a^2}{2} J_{(1+1)}(\theta), \quad (26)$$

где

$$J_{(1+1)}(\theta) = \int \sigma_1(\theta_1) \sigma_1(\theta_2) d\Omega \quad (27)$$

дает угловое распределение дважды рассеянных нейтронов.

Если рассеиватель не является плоской пластинкой, то, разбивая его поперечное сечение, имеющее по-прежнему площадь S , на элементарные площадки dS и считая a функцией положения dS , найдем

$$\Sigma_2^{(1+1)}(\theta) = n^2 e^{-n\sigma a} J_{(1+1)}(\theta) \frac{1}{2} S(\bar{a}^2), \quad (28)$$

где

$$\bar{a} = \frac{1}{S} \int a dS = \frac{V}{S}; \quad (\bar{a}^2) = \frac{1}{S} \int a^2 dS. \quad (29)$$

Следует отметить, что основная погрешность формулы (28) определяется выражениями (29). Под $\bar{a}$ и $(\bar{a}^2)$ правильнее было бы понимать средний путь и средний квадрат пути нейтрона в образце. Выражения же (29) не учитывают отклонения пути нейтрона от прямой линии. В случае необходимости более точной оценки можно провести вычисление $\bar{a}$ и $(\bar{a}^2)$ с учетом этого обстоятельства. При этом и в формуле (26) также следует заменить a и a^2 на их средние значения.

Для вычисления $J_{(1+1)}(\theta)$ нужно определить характер $\sigma_1(\theta)$. Мы примем, что

$$\sigma_1(\theta) = \begin{cases} \beta \left(1 - \frac{\theta^2}{\theta_0^2}\right) & \text{при } \theta \leq \theta_0, \\ 0 & \text{при } \theta \gg \theta_0. \end{cases}$$

В приближении $\cos \theta = 1 - \frac{1}{2} \theta^2$ это предположение соответствует линейной зависимости σ_1 от $\cos \theta$, что достаточно хорошо соответствует характеру экспериментальных кривых дифференциальных сечений.

При этом из выражения (27) можно получить следующую формулу для $\theta_0 \leq \frac{\pi}{4}$:

$$J_{(1+1)}(\theta) = \beta^2 \theta_0^2 \left(1 - \frac{\theta_0^2}{24}\right) I_{(1+1)}\left(\frac{\theta}{2\theta_0}\right), \quad (30)$$

где

$$I_{(1+1)}(x) = \left(\frac{2}{3} - 4x^2\right) \arccos x + \frac{2}{3} x \left(1 + \frac{16}{3}x^2 - \frac{4}{3}x^4\right) \sqrt{1-x^2}; \quad x \leq 1.$$

График $I_{(1+1)}(x)$ представлен на рис. 5.

Итак, мы решили задачу определения вероятностей однократного и двукратного рассеяния по известному сечению $\sigma(\theta)$. На практике возникает обратная задача: по результатам измерения сечения без учета многократного рассеяния определить истинное сечение. Решается она следующим образом. Выбираем некоторое $\sigma_0(\theta)$ в качестве нулевого приближения. Разумеется, его надо брать как можно ближе к ожидаемому сечению. Затем представляем его

в виде $\sigma_1(\theta) + \sigma_2(\theta)$ и, пользуясь изложенной выше методикой, вычисляем вероятность двукратного рассеяния. Внося соот-

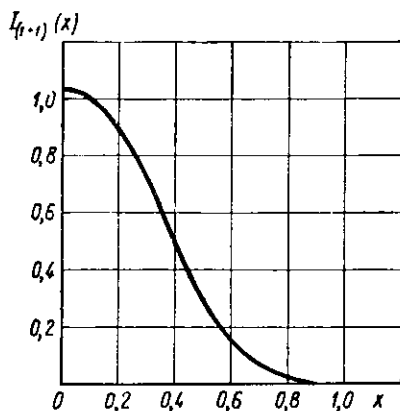


Рис. 5. График $I_{(1+1)}(x)$.

ветствующую поправку в экспериментальный результат, находим искомое сечение $\sigma_1(\theta)$ в первом приближении. Если полученное значение $\sigma_1(\theta)$ не совпадает с нулевым приближением, нужно повторить процедуру и т. д.

При практическом вычислении истинного сечения в качестве нулевого приближения было взято сечение без поправки на многократное рассеяние, увеличенное на 20%. Оказалось, что уже второе приближение с достаточной точностью совпадает с первым.

Поступила в редакцию 5 III 1957 г.