

3. Маершин А.А., Цыканов В.А., Голованов В.Н. и др. Разработка и испытание твэлов быстрых реакторов с виброуплотненным оксидным топливом. — Там же, 2001, т. 91, вып. 5, с. 378—385.
4. Иванов В.Б. Научно-технические проблемы ядерного топливного цикла. — Там же, 2000, т. 89, вып. 4, с. 259—270.
5. Ганев И.Х. Физика и расчет реактора. Учебн. пособие для вузов. Под общ. ред. Н.А. Доллежала. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1992. 496 с.
6. Глушков Е.С., Гомин Е.А., Компониец Г.В. и др. Апробация программ для обоснования ядерной безопасности космической ЯЭУ. — Атомная энергия, 1994, т. 77, вып. 5, с. 326—329.

Поступила в Редакцию 25.03.04

УДК 621.039.5

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ РАСЧЕТА НУКЛИДНОГО СОСТАВА ТОПЛИВА ПРИ МАЛОЙ ГЛУБИНЕ ВЫГОРАНИЯ

Дегтярев А.М., Мясников А.А. (РНЦ «Курчатовский ин-т»)

В настоящее время все большее распространение получает применение прецизионных статистических программ типа MCU [1] и MCNP [2] для расчета выгорания топлива. Общая схема расчета строится так же, как и в случае детерминистских программ, в виде пошаговой итерационной процедуры по переменной времени. В простейшей реализации данной процедуры на ее каждой итерации с помощью названных программ рассчитывается текущее состояние в момент времени t_i , после чего исходя из вычисленных микросечений с привлечением дополнительных программных средств моделируется выгорание топлива на интервале $[t_i, t_{i+1}]$.

При использовании статистических программ расчетные микросечения содержат статистическую неопределенность, которая ставит вопрос о ее влиянии на расчет динамики нуклидного состава. Этот вопрос и составляет предмет исследования настоящей работы.

В целях упрощения задачи ограничимся ситуацией, которая определяется следующими основными положениями:

выгорание топлива допускает однородное описание по пространственным координатам, т.е. топливо выгорает как «точечный» объект;

с учетом малой глубины выгорания из всего комплекса реакций в ядерном топливе рассматриваются только выгорание ^{235}U и динамика накопления ^{239}Pu . Концентрация ^{238}U постоянна, в цепочке преобразований $^{238}\text{U}(n, \gamma)^{239}\text{Pu}$ пренебрежем промежуточными нуклидами, включая ^{239}Np ;

спектр нейтронов является тепловым, реакции на ^{235}U и ^{239}Pu ограничены областью тепловой энергии <1 эВ. В случае ^{238}U помимо захвата нейтронов в тепловой области учитывается резонансный захват, а также реакция деления в быстрой области энергии;

в течение кампании микросечения реакций остаются постоянными.

Приближения, которые определяются первыми тремя положениями, в той или иной мере допустимы при описании выгорания топлива в небольшом фрагменте активной зоны, например, аксиальном слое ТВС реактора с выраженным тепловым спектром нейтронов. Примерами такой ситуации служат промышленные уран-графитовые реакторы [3], а также начальный период кампании РБМК и тяжело-

водных реакторов. Положение о постоянстве микросечений заметно огрубляет динамику концентрации нуклидов даже при малом выгорании топлива. Воспользуемся им в связи с оценочным характером работы, а также тем, что это приближение позволяет в явном виде выделить некоторые особенности проявления статистической погрешности.

Запишем уравнения выгорания в виде

$$\begin{aligned}\frac{dM_5}{dF} &= -M_5(\sigma_{f5} + \sigma_{c5}); \\ \frac{dM_9}{dF} &= \frac{239}{238} M_8\sigma_{c8} - M_9\sigma_{a9}\end{aligned}\quad (1)$$

с начальными условиями

$$M_5(0) = M_5(t=0) = M_{u5}; \quad M_8(0) = M_8(t=0) = M_u(1-x); \quad M_9(0) = M_9(t=0) = 0,$$

где i — нуклид (5, 8, 9 — ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu соответственно); M — масса нуклида, г/т начальной массы топлива; x — начальное обогащение топлива; общепринятые индексы при микросечениях обозначают тип реакции; $dF = \Phi dt$; Φ — интегральный по спектру поток нейтронов; σ — усредненные по спектру микросечения.

От приращения флюенса dF перейдем к расчету приращения энерговыработки dW с помощью соотношения

$$dW = (\sum_i w_i M_i \sigma_{fi}) dF; \quad i = 5, 8, 9,$$

где w — энерговыделение при делении 1 г нуклида.

Тогда уравнения (1) принимают вид

$$\begin{aligned}\frac{dM_5}{dW} &= - \frac{M_5 \sigma_{a5}}{\sum_i w_i M_i \sigma_{fi}}; \\ \frac{dM_9}{dW} &= \frac{\frac{239}{238} M_8 \sigma_{c8} - M_9 \sigma_{a9}}{\sum_i w_i M_i \sigma_{fi}}.\end{aligned}\quad (2)$$

Согласно уравнениям (2) решение системы не изменится, если все микросечения умножить на произвольный общий коэффициент. Поэтому вместо микросечений в системе (2) допустимо использовать произвольную характеристику интенсивности соответствующих нейтронных реакций при условии ее связи с истинным микросечением некоторым общим коэффициентом. Таковой, в частности, является рассчитываемая с помощью программ MCU и MCNP скорость реакций на одно ядро r в нормировке на один введенный в среду нейтрон деления.

Воспользуемся моделью выгорания (2) для анализа чувствительности зависимостей $M_5(W)$ и $M_9(W)$ к статистической погрешности скорости реакций r . В первую очередь заметим, что непосредственное использование в системе (2) статистических погрешностей, которые приводятся в результатах расчета по программам MCU и MCNP, невозможно из-за отсутствия сведений об их корреляции. Для восполнения этого пробела обратимся к модели нейтронных реакций, которая основывается на принятых основных положениях работы и дополняет их:

в области энергии >1 эВ полное поглощение на уране ^{238}U складывается из деления и радиационного захвата и может быть представлено в виде

$$R\bar{\sigma}_{a8} = R_{\bar{\sigma}} + R\bar{\sigma}_{c8} = R_{\bar{\sigma}} + (1 - R_{\bar{\sigma}})a, \quad (3)$$

где символ $\bar{\sigma}$ обозначает область >1 эВ. Отметим, что здесь и далее R будем использовать для обозначения полной скорости реакции на всех ядрах соответствующего нуклида. Выражение (3) исходит из следующего. Пусть в среду был введен один быстрый нейтрон. С вероятностью $(1 - R_{\bar{\sigma}})$ он окажется в области замедления ниже порога деления ^{238}U и в этой области с вероятностью a испытает радиационный захват на ^{238}U . Описав процессы на ^{238}U в области >1 эВ выражением (3), определяющие параметры $R_{\bar{\sigma}}$ и a можно считать независимыми в отношении их статистической погрешности. Данное утверждение основывается на том, что в результате многочисленных столкновений в процессе замедления нейтрон «забывает» свои начальные свойства, поэтому для нейтрона, оказавшегося в области резонансного поглощения, вероятность поглотиться не зависит от той вероятности вызвать деление ^{238}U , которую он имел при своих начальных свойствах; реакции в области <1 эВ выражаются как

$$r_{mi} = (1 - R\bar{\sigma}_{a8})\psi p_{mi}, \quad (4)$$

где ψ — случайная величина с математическим ожиданием, равным 1, введенная для учета статистической погрешности; p_{mi} — вероятность реакции m на одном ядре нуклида i (реакции деления и радиационного захвата на ^{235}U и ^{239}Pu , а также радиационного захвата на ^{238}U).

По аналогии с соображениями, высказанными в отношении независимости скорости деления ^{238}U $R_{\bar{\sigma}}$ и параметра a , статистическую погрешность параметра ψ также можно рассматривать как независимую от статистической погрешности $R_{\bar{\sigma}}$ и a . Относительно взаимосвязи параметров ψ и p_{mi} отметим следующее. Скорость реакций по программам MCU и MCNP вычисляется по траекториям. Таким образом, если в процессе моделирования истории нейтрона его траектория проходит через некоторый объект, то определяется вся совокупность реакций, соответствующих нуклидному составу объекта и характеристикам нейтрона. Поэтому параметры ψ и p_{mi} в отношении статистической погрешности расчета будем приближенно рассматривать как жестко связанные величины с коэффициентом корреляции 1. Строго говоря, для справедливости данного приближения требуются дополнительные условия, в частности, одинаковая форма энергетической зависимости сечений в тепловой области. Отсюда, полагая ψ подверженным статистической погрешности, параметры p_{mi} можно рассматривать как детерминированные, свободные от этой погрешности.

Согласно модели (3)—(4) скорость реакций описывается скоростью делений ^{238}U $R_{\bar{\sigma}}$ и набором параметров a , ψp_{mi} , причем статистическую погрешность определяют $R_{\bar{\sigma}}$, a , ψ . Значение $R_{\bar{\sigma}}$ и ее статистическая погрешность содержатся в результатах расчетов по программам MCU и MCNP, a , p_{mi} и статистические погрешности a , ψ вычисляются с помощью соотношений (3) и (4) в соответствии с расчетной скоростью реакций и статистической погрешностью. Так, для статистических погрешностей a и ψ согласно уравнениям (3) и (4) имеем

$$s^2(R\bar{\sigma}_{a8}) = \frac{(1 - R_{f8})^2 a^2}{R\bar{\sigma}_{a8}^2} s^2(a) + \frac{(1 - a)^2 R_{f8}^2}{R\bar{\sigma}_{a8}^2} s^2(R_{f8});$$

$$s^2(r_{mi}) = \left(\frac{\psi p_{mi}}{r_{mi}} \right)^2 R\bar{\sigma}_{a8}^2 s^2(R\bar{\sigma}_{a8}) + s^2(\psi). \quad (5)$$

Здесь s — среднеквадратичное относительное отклонение, которое в соответствии с нормальным характером статистической погрешности расчета по программам является стандартом нормального распределения погрешностей в относительном исчислении.

Исходя из сказанного, заменим микросечение в системе (2) скоростью реакций на одно ядро, представив последнюю с учетом соотношений (3), (4) следующими выражениями:

$$r_{f8} = R_{f8}/N_8;$$

$$r_{c8} = (1 - R_{f8})a/N_8 + (1 - R_{f8})(1 - a)\psi p_{c8}; \quad (6)$$

$$r_{mi} = (1 - R_{f8})(1 - a)\psi p_{mi}, \quad m = c, f, \quad i = 5, 9,$$

где N_8 — число ядер ^{238}U .

Полученная модель в рамках принятых приближений адекватно интерпретирует результаты расчета скорости реакций r по статистическим программам, при этом, что и составило цель ее создания, содержащиеся в ней статистические погрешности R_{f8} , a , ψ взаимно независимы.

Изложенный подход к описанию статистической погрешности r позволяет достаточно просто получить численные оценки обусловленной ею погрешности расчета выгорания топлива. Для этого в качестве первого шага условно примем некоторые наборы значений скорости реакций R_0 и r_0 , например, рассчитанные по тем же программам на большом объеме статистики в качестве истинных, свободных от статистической погрешности. Отметим, что для ^{235}U и ^{239}Pu в этом качестве целесообразно принять интегральную по всему спектру скорость реакций.

Подставив в уравнения (2) скорость реакций r_0 , вычислим зависимости $M_i(W)_0$, $i = 5, 9$, которые будем трактовать в качестве реперного точного решения.

Теперь представим, что воспользовались статистической программой и получили вместо точной скорости реакции r_0 приближенное значение r , содержащее статистическую погрешность. При этом вероятностный закон совместного рассеяния компонентов r в окрестности r_0 может быть установлен исходя из полученной в расчете среднеквадратичной статистической погрешности. Для этого в дополнение к $s(R_{f8})$ с помощью соотношений (5) вычислим среднеквадратичную погрешность $s(a)$ и $s(\psi)$. Отметим, что в данных вычислениях вместо приближенной скорости реакций ввиду малости отклонений $R - R_0$ можно использовать условно точные значения R_0 и r_0 . Тогда с учетом полученных значений $s(R_{f8})$, $s(a)$, $s(\psi)$ закон распределения скорости реакций r будет описываться уравнениями (6), если в их правой части детерминированные параметры точно, а вероятностные параметры в своем математическом ожидании берутся равными своим соответствующим условно точным значениям. В случае $s(R_{f8})$, $s(a)$ и $s(\psi)$, равных 0, из уравнений (6) будет, таким образом, получено $r = r_0$.

Исходя из сказанного, модель одиночного расчета кампании с использованием статистических программ для расчета скорости реакций r выглядит следующим образом. В момент времени $t_0 = 0$ со свежим топливом $W_0 = 0$ вычисляется скорость реакций r , которая подчиняется описанным закономерностям. Ее конкретная реализация может быть найдена путем случайного розыгрыша в соответствии с этими закономерностями. Затем моделируется выгорание топлива на интервале $[t_0, t_1]$ (или, что тоже самое, $[W_0, W_1]$), новый расчет скорости реакций r на правом конце этого интервала и т.д. При этом значения скорости реакции r в узлах сетки своего пересчета можно считать взаимно независимыми в отношении статистической погрешности. Примем, что в течение кампании среднеквадратичная погрешность скорости реакций r остается постоянной. Отсюда с учетом такого же постоянства и микросечений ясно, что в каждый момент кампании скорость реакции r является реализацией случайного вектора, вероятностный закон распределения которого постоянен по всей топливной кампании и описывается выражениями (5), (6). В результате такого моделирования кампании будет получено одиночное приближенное решение $M_i(W)$, $i = 5, 9$.

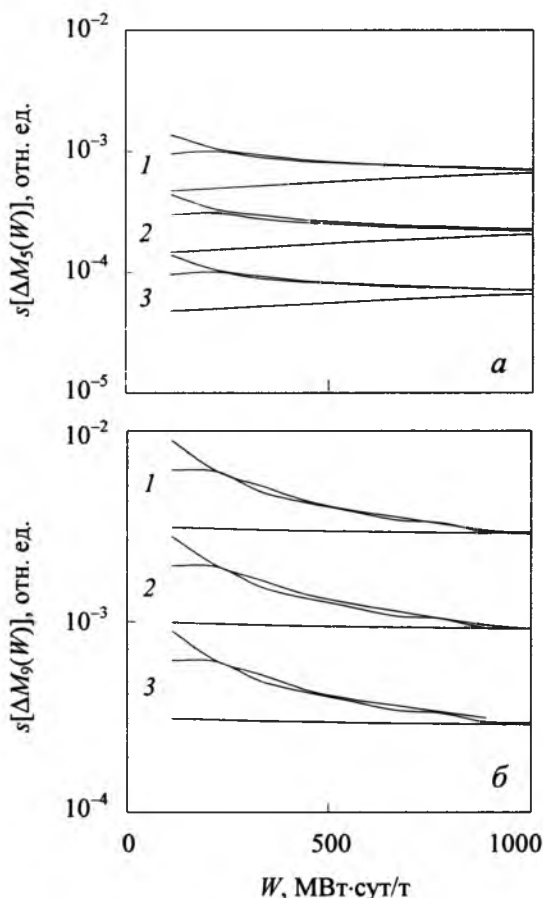
Для установления ожидаемой погрешности приближенного решения воспользуемся схемой статистических испытаний с многократным повторением расчета топливной кампании по изложенной схеме при случайных и взаимно независимых между этими расчетами розыгрышами значений скорости реакций r .

Последующее конкретное рассмотрение проведем на примере характерных для промышленных уран-графитовых реакторов особенностей нейтронно-физических реакций и их расчета по программе MCU применительно к тонкому аксиальному слою рабочего канала. Исследовали несколько возможных вариантов моделирования кампании, отличающихся общим по кампании объемом статистических расчетов ($N = 10^5, 10^6, 10^7$ историй нейтронов) и числом пересчетов скорости реакций r ($k = 1, 4, 12$). В каждом варианте узлы сетки пересчета скорости реакции r располагались с равным шагом по переменной энерговыработки, при этом объем статистики $n = N/k$ на каждом шаге пересчета, соответственно и среднеквадратичная погрешность $s(r)$ задавались постоянными. Кампанию топлива принимали равной 1000 МВт·сут/т, число статистических испытаний для каждого рассмотренного варианта моделирования кампании составляет 10 тыс.

В таблице приведены параметры, характеризующие рассмотренный в работе диапазон статистической погрешности для двух предельных вариантов объема статистики $n = 10$ млн ($N = 10$ млн, $k = 1$) и $n = 8,3$ тыс. ($N = 100$ тыс., $k = 12$). В качестве погрешности расчета $M_i(W)$ примем среднеквадратичное значение $[\Delta M_i(W) -$

Среднеквадратичная погрешность расчета r , 10^{-3} отн. ед.

Параметр	Объем статистики 10 млн историй	Объем статистики 8,3 тыс. историй
R_{j8}, r_{j8}	0,45	15
a	0,70	24
ψ	0,33	12
r_{c8}	0,24	10
$r_{mi}, m = c, f, i = 5, 9$	0,35	13



Среднеквадратичная погрешность расчета выгорания ^{235}U (а) и накопления ^{239}Pu (б) в зависимости от энерговыработки: 1 — $N = 0,1$ млн историй; 2 — $N = 1$ млн историй; 3 — $N = 10$ млн историй, в пределах одного семейства сверху вниз пересчет спектра за кампанию 12, 4 и 1 раз

спектра по кампании необходим, чтобы учесть динамику микросечений. Тем не менее полученные результаты дают основания утверждать, что и тогда в конце кампании благодаря самокомпенсации статистической неопределенности погрешность выгорания ^{235}U и накопления ^{239}Pu будет отвечать погрешности скорости реакций $s(r)$ при расчете в объеме суммарной за кампанию статистики. При фиксированных энерговыработке W и числе пересчетов спектра k погрешность расчета $\Delta M_i(W)$ прямо пропорциональна порождающей ее статистической погрешности $s(r)$. Незначительность нелинейных эффектов обусловлена, главным образом, малой глубиной выгорания топлива.

Практически важным выводом является существенно меньшая, чем $s(r)$, погрешность расчета $\Delta M_5(W)$ и не превосходящая $s(r)$ погрешность расчета $\Delta M_9(W)$. Например, при объеме статистических расчетов $N=10^5$ историй нейтронов, которому отвечает погрешность скорости реакций $s(r) \sim 0,3\text{—}0,5\%$, погрешность выгорания ^{235}U и накопления ^{239}Pu в конце кампании равна 0,07 и 0,3% соответственно. Таким образом, даже при скромном по современным меркам объеме статистики

— $\Delta M_i(W)_0/\Delta M_i(W)_0$, где $\Delta M_i(W) = \text{abs}[M_i(W) - M_i(W=0)]$, $i = 5, 9$ есть масса выгоревшего ^{235}U и накопившегося ^{239}Pu . Полученные результаты позволяют сделать некоторые качественные суждения о влиянии статистической погрешности на расчет концентрации ^{235}U и ^{239}Pu (см. рисунок).

В рамках рассмотренной ситуации (постоянный по энерговыработке W шаг пересчета скорости реакций r и постоянство объема статистики при каждом таком пересчете) при $N = \text{const}$ погрешность $\Delta M_i(W)$ к моменту достижения выгорания W определяется общим объемом накопленной статистики расчета скорости реакций, безотносительно к тому, каким образом она была набрана. Соответственно с этим наилучшая точность в целом по кампании достигается, когда весь объем статистики N приходится на единственный расчет r в начале кампании. Оптимальность такой стратегии, однако, всецело определяется исходными упрощающими предположениями о постоянстве микросечений, которые были положены в основу работы. В реальности пересчет

статистическая погрешность выгорания ^{235}U и накопления ^{239}Pu в конце кампании существенно меньше других возможных источников неопределенности, связанных, например, с недостоверностью знания реальной глубины выгорания и погрешностью библиотечных микроконстант.

Из других особенностей погрешности $s[\Delta M_i(W)]$ остановимся на 4-, 5-кратном различии ее значения для ^{235}U и ^{239}Pu . То, что $s[\Delta M_5(W)]$ мала относительно $s(r)$, ясно из первого уравнения системы (2). Если учесть в нем только главные члены, связанные с ^{235}U , оно принимает вид

$$\frac{dM_5}{dW} \approx - \frac{M_5 \sigma_{a5}}{w_5 M_5 \sigma_{f5}}$$

и в такой форме утрачивает чувствительность к статистической погрешности, поскольку в отношении последней микросечения в числителе и знаменателе жестко связаны. В случае $M_9(W)$ главными членами, как видно из второго уравнения (2), являются (n, γ) -реакция на ^{238}U и (n, f) -реакция на ^{235}U . Связь этих реакций в отношении статистической погрешности неоднозначна вследствие значительного резонансного захвата на ^{238}U и описывается коэффициентом корреляции $\sim 0,5$. Поэтому погрешность накопления ^{239}Pu по порядку величины совпадает с погрешностью скорости реакций r и заметно превышает погрешность выгорания ^{235}U .

Отметим, что усреднение $M_i(W)$ по серии испытаний, моделирующих расчет кампании с использованием статистической программы, дает, строго говоря, результат, отличный от точного решения $M_i(W)_0$. Причиной этого является нелинейность правой части уравнений (2) от случайных параметров R_g, a, ψ . Как следствие усредненное по вероятностным распределениям R_g, a, ψ значение правой части уравнений (2) отличается от точного при $r = r_0$. Поэтому в отклонении $M_i(W)$, полученных на основе статистическим образом определенных r , от $M_i(W)_0$ присутствует помимо случайного и некоторое систематическое смещение. Этот эффект, однако, не превышает 0,01% в модуле $[\Delta M_i(W) - \Delta M_i(W)_0]/\Delta M_i(W)_0$ даже в случае $N = 100$ тыс. и не представляет практического значения.

Таким образом, применительно к реактору с тепловым спектром показано, что в случае малой глубины выгорания статистическая погрешность расчета микроконстант не оказывает существенного влияния на расчет динамики содержания ^{235}U и ^{239}Pu и практически незначима уже при $s(r) \sim 0,3\text{--}0,5\%$, что соответствует объему статистических вычислений за кампанию 100 тыс. историй нейтронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Программа MCU—RFFI/A с библиотекой констант DLC/MCUDAT — 1.0. Рег. номер паспорта аттестации ПС № 61 от 17.10.96. М., Фед. надзор России по ядерной и рад. безопасности, 1996.
2. MCNP — a General Monte Carlo n -Particle Transport Code. Ver. 4B. LA-12625-M, 1997.
3. Дегтярев А.М., Мясников А.А. Устойчивость нейтронного поля конверсионной загрузки промышленных уран-графитовых реакторов в отношении высокочастотных колебаний. — Атомная энергия, 2001, т. 90, вып. 5, с. 331—336.