

Основные отличия физических характеристик реактора, пускаемого через 1 и 2 сут, заключается в повышенных значениях парового коэффициента реактивности и эффекта обезвоживания на первых ступенях повышения мощности из-за снижения оперативного запаса реактивности. Так, в состоянии реактора, пускаемого после стоянки в течение 2 сут, он превышает 90 стержней, паровой коэффициент близок нулю, эффект обезвоживания отрицателен и составляет $-(0,6-0,5\beta)$. При пуске реактора через 1 сут оперативный запас реактивности снижается до 35—40 стержней, паровой коэффициент достигает 1β , эффект обезвоживания повышается до уровня $0,6-0,7\beta$. Однако вскоре после пуска он начинает нарастать из-за продолжающегося распада ^{135}Xe , ускоренного его выжиганием, и характеристики возвращаются к характерным для стационарной работы на номинальной мощности. Быстрый мощностной коэффициент реактивности во всех состояниях находится в отрицательной области. Таким образом, кратковременное повышение парового коэффициента реактивности не может рассматриваться как препятствие к сокращению времени стоянки до 1 сут.

Поступила в Редакцию 13.03.02

УДК 621.039.51

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА

Бойко Р.В. (Высшая аттестационная комиссия Украины),

Рязанов В.В. (ИЯИ НАН Украины)

К описанию поведения нейтронов в ядерном реакторе применяются ветвящиеся с переменным режимом случайные процессы. Это позволяет строго описать критический режим его работы с учетом эффектов управления и обратных связей и показывает сложность этого режима. Обнаружены три режима критического поведения, зависящие от знака управляющих воздействий и обратных связей. Выявлено влияние различных параметров на режимы работы. Записаны явные выражения для статистических характеристик различных режимов, определены границы между ними.

Для исследования поведения ядерного реактора привлекали теорию ветвящихся процессов (см., например, работы [1, 2]), непосредственно отражающую основные детали закономерностей размножения нейтронов. Но ограничения, заложенные в математической теории, а именно в классической теории ветвящихся случайных процессов [3], в частности, предположение о независимости эволюции различных частиц, не позволяют детально описывать наиболее важные для практики режимы работы. Это относится, например, к номинальному рабочему режиму энергетических реакторов — критическому режиму.

Такие существенные для работающих на мощности реакторов эффекты, как влияние управления и обратных связей, не удастся описать с помощью классической теории ветвящихся процессов. В работе [4] введен и исследован класс ветвящихся случайных процессов с переменным режимом. Применение результатов этих работ к моделированию поведения нейтронов [5, 6] позволяет строго определить и описать те важные для эксплуатации явления, которые не выявляются и не описываются детерминированным методом и классической теорией ветвящихся процессов, но могут иметь место в критическом режиме работы энергетических реакторов, если рассматривать этот режим как частный случай общих критических явлений. Даются более детальные, чем при детерминированном описании, характеристики критического (рабочего режима) и подкритического состояний, а также динамическое описание процессов управления.

Возможности ветвящихся случайных процессов с переменным режимом покажем на примере простейшей модели реактора, которую можно усложнять. Число нейтронов

будем рассматривать как случайную величину, изменяющуюся за счет их поступления при делении ядер урана (а также от других источников) и убывания при поглощении или уходе. Исследуем следующую упрощенную модель: активная зона имеет цилиндрическую форму, высоту H , радиус R , площадь боковой поверхности $S_{a.з}$. Длину H и радиус r имеют управляющие стержни. Рассматриваем односкоростную точечную модель реактора на мгновенных нейтронах. Не рассматривается весь сложный комплекс обратных связей энергетического работающего на мощности реактора. Приводится простая схематическая модель учета плотностного коэффициента реактивности замедлителя. Зависимость плотности воды от температуры в рабочем диапазоне ВВЭР-1000 ($T_{вх} = 290$ °С, $T_{вых} = 322$ °С, $P \cong 16$ МПа) хорошо аппроксимируется соотношением [7]

$$\gamma_{H_2O}(T) \cong 219/T, \quad (1)$$

где γ_{H_2O} — плотность воды; T — температура; численный коэффициент 219 выбран для размерности °С/см³.

Из соотношений, которые отражают необходимость поддержания баланса мощности, выделяющейся в топливе и переходящей от твэлов к теплоносителю [8], и формулы (1) получаем приближенное выражение для изменения плотности теплоносителя (воды) γ_{H_2O} при изменении числа нейтронов (случайной величины) N :

$$\gamma_{H_2O}(N_0) - \gamma_{H_2O}(N) \cong a_1 \left(\frac{1}{N_0} - \frac{1}{N} \right); \quad a_1 = 438 G_{a.з} c_{p_{a.з}} / A, \quad (2)$$

где N_0 — критическое значение N ; $G_{a.з}$ — расход теплоносителя в активной зоне; $c_{p_{a.з}}$ — теплоемкость теплоносителя при средней температуре активной зоны; $A = \nu_f n_t E_f$; ν — средняя скорость нейтронов; σ_f — сечение деления; n_t — концентрация ядер топлива; E_f — энергия, приходящаяся на одно деление.

В качестве математической модели, описывающей численность нейтронов во времени, предлагается марковский случайный процесс $\{\xi(t), \xi(0) = N_0\}$. Этот стохастический процесс эволюционирует в соответствии с моделью процесса размножения нейтронов. Если в некоторый момент времени t существует N нейтронов, то положение управляющего стержня таково, что его часть длиной $H/2 + [\alpha_{ст}(N - N_0)]/N_0$ находится в активной зоне, где $\alpha_{ст}$ — коэффициент пропорциональности, связанный с поглощающей способностью стержня. Такая запись основана на том, что механизмы, влияющие на перемещение управляющих стержней, действуют в соответствии с алгоритмом отработки сигнала $\Delta W/W$, где $\Delta W = W - W_0$ — изменение мощности, пропорциональное N . Поверхность поглощающего стержня

$$S_{бок.ст}(N) = \pi r^2 + 2\pi r \left[\frac{H}{2} + \frac{\alpha_{ст}}{N_0}(N - N_0) \right],$$

где r — радиус стержня.

Можно без потери общности ввести в рассмотрение произвольное фиксированное число управляющих стержней, расположенных в любых точках реактора. Каждый нейтрон за малый промежуток времени $(t, t + \Delta t)$ независимо от своей предыстории и других нейтронов с вероятностью $\nu \Sigma_a(N) \Delta t + 0(\Delta t)$ поглощается средой. Интенсивность поглощения $\nu \Sigma_a(N)$ зависит от числа нейтронов и согласно выражению (2) имеет следующий вид (учитываем схематическую модель плотностной обратной связи в зависимости интенсивности поглощения нейтронов средой $\nu \Sigma_a(N)$ от изменения плотности (2); принимаем эту зависимость линейной):

$$\nu \Sigma_a(N) = \nu \Sigma_a + d_c [\gamma_{\text{H}_2\text{O}}(N_0) - \gamma_{\text{H}_2\text{O}}(N)] = \nu \Sigma_a + \frac{d_c a_1}{N_0} - \frac{d_c a_1}{N}, \quad (3)$$

где d_c — коэффициент пропорциональности (его можно определить из экспериментальной зависимости эффективного коэффициента размножения k от $\gamma_{\text{H}_2\text{O}}$, например, [9]). Величина $\nu \Sigma_a$ связана с сечением захвата σ_c , скоростью нейтронов ν и концентрацией изотопов, столкновения с которыми приводят к захвату нейтрона:

$$\nu \Sigma_a = \nu [n_\gamma \sigma_\gamma + n_p \sigma_p + n_\alpha \sigma_\alpha + n_B \sigma_B + \dots]; \quad \sigma_c = \sigma_\gamma + \sigma_p + \sigma_\alpha + \sigma_B + \dots \quad (4)$$

Здесь σ_c — сечение захвата; σ_γ — сечение радиационного захвата; σ_p — сечение (n, p) -реакции; σ_α — сечение (n, α) -реакции; n_γ, n_p, n_α — концентрация ядер, столкновения нейтрона с которыми приводят к (n, γ) -, (n, p) -, (n, α) -реакциям соответственно; σ_B — сечение поглощения ядрами введенной в первый контур борной кислоты; n_B — концентрация ядер борной кислоты.

С вероятностью $\nu \Sigma_{mf}(N) \Delta t + 0(t)$ за время $(t, t + \Delta t)$ произойдет деление нейтроном ядра топлива на m нейтронов (первоначальный нейтрон при этом исчезает), причем

$$\nu \Sigma_{mf}(N) = \nu \Sigma_f(N) p'_m, \quad \sum_{m=0}^{v_1} p'_m = 1, \quad (5)$$

где v_1 — максимальное число нейтронов, образующихся при одном акте деления; p'_m — вероятность того, что при одном акте деления образовалось m частиц ($m = 0, 1, \dots, v_1$);

$$\nu \Sigma_f(N) = \nu \Sigma_f - d_f [\gamma_{\text{H}_2\text{O}}(N_0) - \gamma_{\text{H}_2\text{O}}(N)] = \nu \Sigma_f - \frac{d_f a_1}{N_0} + \frac{d_f a_1}{N}, \quad (6)$$

где d_f — коэффициент пропорциональности;

$$\nu \Sigma_f = n_f \sigma_f \nu, \quad (7)$$

где n_f — концентрация делящихся ядер топлива; σ_f — микроскопическое сечение деления.

Покидание нейтронами активной зоны или их поглощение управляющими стержнями в вероятностной модели интерпретируется как выбор наугад одного из N нейтронов, который с вероятностью, пропорциональной боковой поверхности активной зоны или поглощающего стержня и времени, за малый промежуток времени исчезает, т.е. каждый из N нейтронов за малый промежуток времени $(t, t + \Delta t)$ с вероятностью $(c_1/N) S_{a.з} \Delta t + 0(\Delta t)$ покидает активную зону, с вероятностью $(c_2/N) S_{\text{бок.ст}}(N) \Delta t + 0(\Delta t)$ поглощается стержнем (c_1, c_2 — коэффициенты пропорциональности). Предположение о том, что коэффициенты c_1 и c_2 не зависят от N , равносильно предположению о постоянстве потока нейтронов, вытекающего через границы, в пределах исследуемого интервала — окрестностей критического значения N_0 . С вероятностью $1 - [\nu \Sigma_a(N) + \nu \Sigma_f(N) + (c_1/N) S_{a.з} + (c_2/N) S_{\text{бок.ст}}(N)] \Delta t + 0(\Delta t)$ с нейтроном за время Δt ничего не произойдет. Кроме того, за малый промежуток времени $(t, t + \Delta t)$ может произойти спонтанное деление одного из ядер топлива с испусканием m нейтронов

($m = 2, 3, 4, \dots, n_1$) с вероятностью $\omega q_m(\Delta t) + 0(\Delta t)$; $\sum_{m=2}^{n_1} q_m = 1$; $\sum_{m=0}^{n_1} q_m = 0$, и спонтанное деление не произойдет за время $(t, t + \Delta t)$ с вероятностью $1 - \omega \Delta t + 0(\Delta t)$.

Сюда можно включать и фотонейтронные реакции, и присутствующие источники нейтронов.

Случайный процесс $\{\xi(t), \xi(0) = N_0\}$, описывающий число размножающихся по описанной схеме нейтронов, является ветвящимся с переменным режимом с иммиграцией (т.е. с каким-то источником нейтронов) случайным процессом [4], интенсивность превращения частиц которого при учете выражений (3)–(7) имеет вид

$$\pi_0(N) = \nu \Sigma_a + \frac{d_c a_1}{N_0} - \frac{d_c a_1}{N} + \nu \Sigma_f(N) p'_0 + \frac{c_1}{N} S_{a.з.} + \frac{c_2}{N} S_{\text{бок.ст.}}(N);$$

$$\pi_m(N) = \nu \Sigma_f(N) p'_m = \left(\nu \Sigma_f - \frac{d_f a_1}{N_0} + \frac{d_f a_1}{N} \right) p'_m, \quad m = 2, 3, \dots, \nu_1; \quad \lambda_f = \nu \Sigma_f - \frac{d_f a_1}{N_0};$$
(8)

$$\pi_1(N) = -\lambda_f(1 - p'_0 - p'_1) - \pi_0 - \frac{d_f a_1}{N}(1 - p'_0 - p'_1) - \frac{r_0}{N}; \quad \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k(N) = 0,$$

интенсивность иммиграции равна ωq_m , $m = 2, \dots, n_1$. В выражениях (8) $S_{a.з.} = 2\pi R H$, считаем, что возле основания цилиндра активной зоны находятся отражатели. Перепишем выражения (8) в виде

$$\pi_0(N) = \pi_0 + \frac{r_0}{N}; \quad \pi_m(N) = \pi_m + \frac{r_m}{N}, \quad m = 1, 2, 3, \dots,$$

где π_m и r_m не зависят от N ;

$$\pi_0 = \nu \Sigma_a + \frac{d_c a_1}{N_0} + \lambda_f p'_0 + c_2 2\pi r \frac{\alpha_{\text{ст.}}}{N_0};$$

$$r_0 = d_f a_1 p'_0 - d_c a_1 + c_1 S_{a.з.} + c_2 \left[\pi r^2 + 2\pi r \left(\frac{H}{2} - \alpha_{\text{ст.}} \right) \right];$$

$$\pi_m = \lambda_f p'_m; \quad r_m = d_f a_1 p'_m, \quad m = 2, 3, \dots, \nu_1;$$

$$\pi_1 = -\lambda_f(1 - p'_0 - p'_1) - \pi_0; \quad r_1 = -d_f a_1(1 - p'_0 - p'_1) - r_0,$$

введем производящие функции

$$\varphi(s) = \sum_{m=0}^{\infty} \pi_m s^m; \quad \psi(s) = \sum_{m=0}^{\infty} r_m s^m; \quad \sum_{m=0}^{\infty} \pi_m = 0; \quad \sum_{m=0}^{\infty} r_m = 0.$$

Если, как в работе [3], ввести производящие функции условного распределения вероятностей того, что частица превращается в n частиц, $n \neq 1$, вида

$$h(s) = -\frac{1}{(\pi_1 - \lambda_f p'_1)} [\varphi(s) - (\pi_1 - \lambda_f p'_1) s],$$

то эффективный коэффициент размножения $k = \partial h(s) / \partial s|_{s=1}$. Тогда величина $\varphi'(1)$

$$\left. \frac{\partial \varphi(s)}{\partial s} \right|_{s=1} = \varphi'(1) = -(\pi_1 - \lambda_f p'_1)(k - 1) = -\rho_0 k (\pi_1 - \lambda_f p'_1).$$

Существенную роль играет реактивность ρ_0 ;

$$\rho_0 = \varphi'(1)l / [1 + \varphi'(1)l]; \quad k = 1 + \varphi'(1)l; \quad \varphi'(1) = \rho_0 k / l,$$

где l — среднее время жизни нейтрона; $\varphi'(1) = \lambda_f(\bar{\nu} - 1) - \pi_0 + \lambda_f p'_0$; $l = -[\pi_1 - \lambda_f p'_1]^{-1}$; $\rho_0 = (k - 1)/k$; $\bar{\nu} = \sum_{k=0}^{\infty} k p'_k$ — средняя численность высвобождающихся при одном акте деления нейтронов.

Используем для описания поведения нейтронов результаты решения математической модели [4]. Рассмотрим возможные ситуации.

1. В подкритическом случае, когда $\varphi'(1) < 0$, процесс $\xi(t)$ слабо сходится к случайной величине η_0 , где η_0 — случайное число нейтронов в подкритическом стационарном случае, и

$$Mz^{\eta_0} = \sum_{k=0}^{\infty} z^k P_k = \exp \left\{ \int_z^1 \frac{m(u)}{u\varphi(u)} du \right\} - P_0 \int_z^1 \exp \left\{ \int_z^v \frac{m(u)}{u\varphi(u)} du \right\} \frac{\psi(v)}{v\varphi(v)} dv;$$

$$P_0 = \left(\int_0^1 \exp \left\{ - \int_v^1 \frac{m(u)}{u\varphi(u)} du \right\} \frac{\psi(v)}{v\varphi(v)} dv \right)^{-1}; \quad W(z) = \omega \sum_{m=0}^{n_1} z^m q_m; \quad q_0 = -1,$$

где $m(z) = \psi(z) + zW(z)$; M обозначает среднее математическое ожидание; P_k — вероятность того, что в системе имеется k нейтронов; P_0 — вероятность вырождения.

Зная производящую функцию, можно определить не только среднее число нейтронов и их флуктуации, но и статистические характеристики, например, вероятность P_k , время жизни системы и т.д. Среднее значение и дисперсия числа нейтронов стремятся к предельным (при этом $\xi \geq 0$):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M\eta_0(t) = \frac{1}{\varphi'(1)} [-m'(1) + P_0\psi'(1)]; \quad (9)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D\eta_0(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [M\eta_0^2(t) - (M\eta_0(t))^2] = \frac{1}{2(\varphi'(1))^2} [m'(1)\varphi^{(2)}(1) - \varphi'(1)m^{(2)}(1) + P_0[2\psi'(1)m'(1) + \varphi'(1)\psi^{(2)}(1) - \psi'(1)\varphi^{(2)}(1) - P_0^2[\psi'(1)]^2]; \quad (10)$$

$$m'(1) = \psi'(1) + W'(1); \quad m^{(2)}(1) = \psi^{(2)}(1) + 2W'(1) + W^{(2)}(1).$$

Значения величин уравнений (9), (10) зависят от параметров управления и обратных связей $\psi'(1)$. Уже при незначительной подкритичности вероятность вырождения $P_0 \sim 1$, и соотношения (9), (10) переписываются в виде

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M\eta_0(t) = -W'(1)/\varphi'(1); \quad (11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D\eta_0(t) = - [W^{(2)}(1) + 2W'(1)/2\varphi'(1) + W'(1)\varphi^{(2)}(1) + 2\psi'(1)/2[\varphi'(1)]^2]. \quad (12)$$

Выражение (11) для среднего совпадает с выражениями для среднего числа нейтронов в стационарном подкритическом режиме с источниками нейтронов, полученными в работах [9—11] и др. Это выражение совпадает и с результатами, полученными из теории ветвящихся процессов с иммиграцией без учета управления [3]. Но выражения (12) для дисперсии различаются. В детерминированной теории [9—11] эти выражения неизвестны. В случае учета только иммиграции без управления [3]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D\eta_0(t) = - [W^{(2)}(1) + 2W'(1)/2\varphi'(1) + W'(1)\varphi^{(2)}/2[\varphi'(1)]^2], \quad (13)$$

т.е. не учитывается влияние управления на дисперсию. Выражения более детальные, чем (13), получены для подкритических размножающих систем с внешним источником в работе [2], но управление в работе [2] также не учитывается. В реальных процессах влияние управления присутствует и, видимо, является существенным, так как дисперсия велика, а оценки величины $\psi'(1)$ показывают, что она превосходит значения $\varphi'(1)$. К тому же именно эффекты управления создают новые критические режимы работы реактора. При $P_0 \neq 1$ управление влияет и на среднее значение числа нейтронов (9). Трудности представляет нахождение параметров, входящих в величину $\psi'(1)$. Величина $\psi'(1)$ имеет физический смысл эффективных источников и стоков нейтронов,

возникающих в процессе работы реактора, $W'(1)$ — вводимые источники нейтронов. Можно дать и другую физическую интерпретацию $\psi'(1)$, например, добавки к реактивности и т.д. Нестационарное временное поведение $\xi(t)$ при $\varphi'(1) < 0$ носит экспоненциальный характер, переходные процессы между различными стационарными значениями мощности происходят по экспоненциальным законам, как получено и в детерминированной теории [12].

Если в $h(s)$ производящую функцию $\varphi(s)$ заменить на $\varphi(s) + \psi(s)/N$, то реактивность принимает динамический вид и состоит из слагаемого $\varphi'(1) = \rho_0 k/l$, где ρ_0 — реактивность реактора нулевой мощности, и динамической составляющей $N^{-1}\psi'(1)$:

$$\rho \frac{k}{l} = \rho_0 \frac{k}{l} + \frac{1}{N} \psi'(1). \quad (14)$$

При малых значениях N на суммарную реактивность ρ может существенно влиять $\psi'(1)$, знак которой может отличаться от знака $\varphi'(1)$. Для систем с малым числом нейтронов возмущение оказывает более сильное воздействие, чем для систем с большим числом. Этим объясняется опасность возмущений при пуске реактора и на критических стендах.

При $\varphi'(1) = 0$ в критической области добавки к реактивности определяют поведение реактора. Запись выражения (14) позволяет единым образом или конструктивным путем (задание и моделирование обратных связей) или из постановки модельной задачи (динамическое задание поведения управляющих стержней) учитывать дополнительные к реактивности реактора нулевой мощности эффекты реактивности.

2. Наибольший интерес представляет работа реактора в критическом режиме, когда $\varphi'(1) = 0$. В этом случае в зависимости от управляющих и иммигрирующих воздействий меняется и поведение процесса [4]. Обозначим

$$a = \frac{2}{\varphi^{(2)}(1)} |\psi'(1) + W'(1)|; \varphi^{(2)}(1) = \lambda_f \sum_{k=2}^{v_1} k(k-1)p'_k = \lambda_f \sqrt{v(v-1)}; W'(1) = \omega \sum_{m=0}^{n_1} m q_m.$$

Выражение для a равно

$$a = 2\{d_f a_1(\bar{v} - 1) + \omega \sum_{m=0}^{n_1} m q_m + d_c a_1 - c_1 S_{a.3} - c_2[\pi r^2 + 2\pi r(H/2 - \alpha_{cr})]\} / \bar{v}^2 D_v (v \Sigma_f - d_f a_1 / N_0); \quad (15)$$

$$\psi'(1) = -[r_0 + d_f(1 - p'_0)] + d_f a_1 \bar{v} = d_f a_1(\bar{v} - 1) + d_c a_1 - c_1 S_{a.3} - c_2[\pi r^2 + 2\pi r(H/2 - \alpha_{cr})].$$

Величина $\sqrt{v(v-1)} = \bar{v}^2 D_v$ (D_v — относительная ширина распределения вероятностей выхода нейтронов при делении, параметр Дайвена) рассматривается в работе [13].

Если $\varphi'(1) = 0$ и

$$-1 < a < 0, \quad (16)$$

то случайная величина $\xi(t)$ при больших t слабо сходится к η_1 (где η_1 — случайное число нейтронов N в стационарном случае при $\varphi'(1) = 0$, $-1 < a < 0$), и если $\varphi'(1) = 0$, $-1 < a < 0$ и $\psi(0) = r_0 > 0$, то

$$Mz^{\eta_1} = \left(1 + \frac{W'(1)}{\psi'(1)}\right) \int_0^z \exp \left\{ - \int_v^z \frac{m(u)}{u\varphi(u)} du \right\} \frac{\psi(v)}{v\varphi(v)} dv. \quad (17)$$

Нестационарное поведение уже не экспоненциальное. При $-1 < a < 0$ скорость роста среднего числа нейтронов определяется зависимостью t^{1+a} . Детальный анализ случая $a < -1$ не проводился, но на конкретном примере показано, что в этом случае среднее

значение и дисперсия числа нейтронов имеют конечную предельную величину при $t \rightarrow \infty$. При $\psi(0) < 0$ явный вид производящей функции тоже определен [4].

В рассмотренных случаях существует стационарное распределение. Рассмотрим ситуации, когда число нейтронов в реакторе возрастает.

Если $\varphi'(1) = 0$, т.е. также в критическом режиме, но

$$m'(1) = \psi'(1) + W'(1) = 0, \quad a = 0, \quad (18)$$

интенсивность поступления нейтронов уравнивается интенсивностью управления, то при большом времени и $0 \leq \alpha \leq 1$

$$P\{(\ln \xi(t)/\ln t) < \alpha | \xi(0) = N_0\} = \alpha,$$

т.е. траектории процесса ведут себя примерно как t^α , возрастают по степенному закону. Точнее, случайный процесс ведет себя как $\xi(t) \sim t^\eta$, где η — случайная величина, равномерно распределенная на интервале $(0, 1)$, т.е. $P\{\eta < x\} = x$ на интервале $(0, 1)$. Отметим, что такое временное поведение числа нейтронов в реакторе отлично от обычно постулируемой экспоненциальной зависимости, но соответствует известным степенным закономерностям поведения критических систем произвольной природы [14—16]. Среднее значение и дисперсия числа нейтронов при большом времени

$$M\xi(t) \sim \frac{\psi'(1)\psi^{(2)}(1)}{2W'(1)} \frac{t}{\ln t}, \quad t \rightarrow \infty;$$

$$D\xi(t) \sim \frac{\psi'(1)(\varphi^{(2)}(1))^2}{2W'(1)} \frac{t^2}{\ln t}, \quad t \rightarrow \infty.$$

При $a = 0$ и $a > 0$ отношение дисперсии к среднему растет пропорционально t , т.е. дисперсия и флуктуации числа нейтронов велики. Они, видимо, играют решающую роль в этих режимах, как и в общей теории критических явлений в критической точке [14—16].

Если $\varphi'(1) = 0$ и (заметим, что величина a в уравнении (15) ограничена сверху)

$$m'(1) > 0, \quad a > 0, \quad (19)$$

(эта ситуация соответствует введению положительных источников (подъем стержней и т.д.)), то при большом времени

$$P\left\{\frac{2\xi(t)}{\varphi^{(2)}(1)t} < x | \xi(0) = N_0\right\} = \Gamma^{-1}(a) \int_0^x \exp(-u^{a-1}) du,$$

(Γ — гамма-функция), т.е. $\xi(t) \sim t$;

$$M\xi(t) = m'(1)t[1 + O(1)], \quad t \rightarrow \infty;$$

$$D\xi(t) = 0,5\varphi^{(2)}(1)m'(1)t^2[1 + O(1)], \quad t \rightarrow \infty.$$

Этот результат обусловлен учетом иммиграции нейтронов и его можно сопоставить с выражением для отклика реактора на включение источника постоянной мощности для критического реактора [10].

На первый взгляд состояния системы, среди которых нет стационарных, менее устойчивы. Однако этот вопрос требует детального исследования. Саморегулирующийся с помощью внутренних отрицательных обратных связей автоколебательный режим с точки зрения управления может быть более предпочтительным [17—20]. Аналогом отрицательности величины a уравнения (15) для устойчивости реактора может служить отрицательность коэффициентов реактивности в классической теории устойчивости. Таким аналогом может также служить описание устойчивости с помощью передаточных функций [10], которое более детально, но и обладает недостатками. Так, передаточные функции применимы, в основном, для линейного случая. Как показано в работах [17—20], обратные связи и управление приводят к автоколебаниям, стохас-

тическим хаотическим режимам. Принципиальная возможность возникновения динамического хаоса в ядерных реакторах показана в работе [18]. В работе [17] отмечено, что нет аналитических методов и критериев, позволяющих по виду динамических уравнений определить, при каких параметрах системы наблюдаются стохастические колебания. В настоящей работе так же, как в работах [17—20], эффекты изменения режимов работы реактора определяются наличием обратных связей и управления. Можно предположить, что различные стохастические режимы (16), (18), (19) и потеря стационарности (18), (19) соответствуют различным динамическим хаотическим режимам, например, импульсному хаосу и импульсной турбулентности [19, 20], когда предельным притягивающим множеством служит странный аттрактор. В работе [10] отмечено, что критичность, определенная при $k = 0$, не является, строго говоря, равновесным (стационарным) состоянием. Всегда есть такие источники нейтронов, как нейтроны спонтанного деления и космического излучения. Вследствие этого реактор, работающий на постоянной мощности, всегда подкритичен, хотя его реактивность пренебрежимо мала. В работах [18, 20] приводится выражение для $\chi_\infty - 1 = \chi_\infty^* - 1 - c(\Phi - \Phi^*)/\Phi^* + \theta b(U - U^*)/\Phi^*$ (где Φ — поток нейтронов; c, b — коэффициенты реактивности; переменные U определяют состояние реактора; $\chi_\infty^*, \Phi^*, U^*$ — стационарные значения переменных), напоминающее выражение (14) настоящей работы. При увеличении коэффициента усиления обратной связи θ (аналог повышения величины $\psi'(1)$ в уравнении (14)) в системе сначала становится неустойчивым стационарное состояние, затем возникает хаос [19]. Вспышки и затухания нейтронного потока, описанные в работах [19, 20], возможны при $a = 0$ и $a > 0$, (18), (19), когда велики флуктуации. Они могут давать вспышки, увеличение N уменьшает добавки к ρ_0 и приводит к затуханию.

3. Экспоненциальный рост во времени, как в известной теории [1—3, 8—13], возможен при $\varphi'(1) > 0$ для надкритического режима. В этом случае $\xi(t)\exp\{-\varphi'(1)t\} \rightarrow \xi_3$, т.е. случайный процесс $\xi(t)\exp\{-\varphi'(1)t\}$ при больших t слабо сходится к стационарной случайной величине ξ_3 , представляющей собой случайное число нейтронов в реакторе в стационарном надкритическом режиме, умноженное на $\exp\{-\varphi'(1)t\}$. Производящая функция величины ξ_3 , значение $M\exp\{-s\xi_3\}$ записывается в явном виде [4].

Обсудим полученные результаты. Величина a в уравнении (15) равна отношению суммы возмущения и иммиграции нейтронов к флуктуациям «основного» невозмущенного состояния, что соответствует общей теории критических явлений, флуктуационной теории фазовых переходов и описанию метастабильных состояний [14—16]. При $a < 0$ (этот случай соответствует отрицательным обратным связям) распределение числа нейтронов в реакторе стремится к стационарному распределению. Поведение среднего числа нейтронов и дисперсии зависит от a (15). При $-1 < a < 0$ (16) предельные величины среднего стационарного значения числа частиц и дисперсии стремятся к бесконечности, как можно установить из уравнения (17). Скорость стремления среднего к бесконечности в нестационарном случае при больших t определяется зависимостью t^{1+a} . Характеристика случайного процесса с помощью распределения является более полной, чем описание с помощью средних значений. Более корректным, чем

рассмотрение величин $M\eta(t) = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n(t)$, являлось бы сравнение с экспериментом ве-

личины $\sum_{n=0}^{N_1} nP_n(t)$, где N_1 — некоторое предельное значение N (например, при резком росте n происходит аварийный останов реактора, в реальных процессах большие зна-

чения n не реализуются). Изменяя параметры управляющих стержней и обратных связей, можно влиять на условия, определяющие величину a , и на характер поведения мощности. Это соответствует внешним полям в общей теории критических явлений, сдвигающим критическую точку [14].

Как пример практического применения полученных соотношений рассмотрим специальную конструкцию стержней ВВЭР-440 [21], состоящих из топливной и поглощающей частей. Для топливной части источник шума описывается как поверхностный, вызванный флуктуациями материала в водной щели в канале стержня, что можно в нашем описании охарактеризовать заменой r на $r - \Delta r$ (r — радиус стержня). Радиус активной зоны равен $R = 1,44$ м, высота $H = 2,5$ м. Площадь $S_{a.3} = 22,61 \cdot 10^4$ см². Положим $c_1 \sim n\nu \sim 10^9$ с⁻¹ · см⁻² ($n = N/V$ — плотность нейтронов), $c_1 S_{a.3} \sim 2,261 \cdot 10^{14}$ с⁻¹; $d_c a_1 \sim 10^{13}$ с⁻¹; $d_f a_1 \sim 5 \cdot 10^{13}$ с⁻¹; $d_f a_1 (\bar{\nu} - 1) \sim 7 \cdot 10^{13}$ с⁻¹; $c_2 \sim 10^{10}$ с⁻¹ · см⁻²; $r \sim 1$ см; $c_2 \pi r [r + 2(H/2 - \alpha_{CT})] \sim 1,507 \cdot 10^{12}$ с⁻¹. Тогда согласно уравнению (15)

$$\bar{a}^2 D_v [\nu \Sigma_f - d_f a_1 / N_0] / 2 \sim (8 \cdot 10^{13} + \omega \sum_{m=0}^{n_1} m q_m - 2,261 \cdot 10^{14} - c_2 \pi r [r + 2(H/2 - \alpha_{CT})]) \text{ с}^{-1}$$

Если $\omega \sum_{m=0}^{n_1} m q_m \approx (1,461 \cdot 10^{14} + 1,507 \cdot 10^{12}) \text{ с}^{-1}$, то $a(r) = 0$. При $r \rightarrow r - \Delta r$,

$\Delta r \sim 10^{-1}$ см, $a(r - \Delta r) \sim 1,56 \cdot 10^6 > 0$, т.е. происходит изменение критического режима, переход от режима (18) к режиму (19). Величины $\nu \Sigma_a$, $\nu \Sigma_f$ уравнений (3), (4), (6), (7) численно задаются в работе [2]. Так, $\nu \Sigma_f$ из выражения (7) при $n_f = 10^{20}$ см⁻³ (для ²³⁵U), $\sigma_f = 583,5 \cdot 10^{-24}$ см², $\nu = 2,2 \cdot 10^5$ см/с равна $\nu \Sigma_f = 1,28 \cdot 10^4$ с⁻¹.

Определение стационарности в вероятностном и динамическом подходах не тождественно, между ними нет однозначного соответствия. Однако можно предположить, что отсутствие стационарных состояний в вероятностном подходе, как в уравнениях (18), (19), может соответствовать переходу к динамическому (детерминированному) хаосу при динамическом описании [17—20] (или другим переходам между различными областями фазового пространства [22]). В последнем случае при неустойчивом равновесии в результате даже малых начальных отклонений система может быть отброшена от стационарных состояний, и движение станет либо очень сложным, либо система перейдет в другое стационарное состояние, далекое от исходного [23]. Более детального исследования требует соответствие динамического и стохастического описаний, решение которого позволит, например, выяснить, каким динамическим явлениям соответствуют стохастические режимы (16), (18), (19).

Подтверждением правильности предлагаемого подхода может служить соответствие полученных результатов общей теории критических явлений, справедливой для систем самой различной физической природы [14, 15]. Так, в критической области оказываются справедливыми степенные автомодельные закономерности, соответствующие зависимостям [14, 15], что вытекает также из фрактальной структуры нейтронных траекторий и соответствует перколяционным законам [24]. Можно провести аналогию между тремя полученными режимами (16), (18), (19) критического поведения реактора, только один из которых имеет невырожденное предельное распределение, и тремя областями метастабильной области [16], только в одной из которых фаза вещества термодинамически устойчива.

Как отмечается в работе [9], для критического реактора нет необходимости проводить различие между мгновенными и запаздывающими нейтронами. Поэтому из-

ложенный подход в критической области не теряет в общности от рассмотрения суммы мгновенных и запаздывающих нейтронов в одном акте деления без проведения различия между ними. В работе исследуется качественное поведение мощности реактора в масштабах времени меньших, чем изменения в составе топлива и другие медленные процессы, т.е. рассматриваются главные члены, ответственные за временное поведение. Под термином «большое время» понимается время, намного меньшее, чем характерное время шлакования реактора и т.д.

Таким образом, применение ветвящихся с переменным режимом случайных процессов к описанию поведения нейтронов в реакторе позволяет провести строгое описание критического режима работы и показывает сложность этого режима. Обнаружены три режима критического поведения, зависимые от знака управляющих воздействий и обратных связей. В предлагаемой стохастической модели явно отражаются присущие поведению реактора вероятностные закономерности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ватутин В.А., Телевинова Т.М., Чистяков В.П. Вероятностные методы в физических исследованиях. М.: Наука, 1985. 208 с.
2. Дорогов В.И., Чистяков В.П. Вероятностные модели превращения частиц. М.: Наука, 1988. 110 с.
3. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. М.: Наука, 1971. 436 с.
4. Бойко Р.В. Поведение ветвящихся процессов с иммиграцией в стимулирующей среде. — Укр. матем. журн., 1985, т. 37, № 4, с. 423—430.
5. Бойко Р.В., Рязанов В.В. Стохастический расчет стратегии и критериев безопасности управления ядерными реакторами. — В сб.: Безопасность атомных станций. Ч. 3. Состояния и задачи научно-исследовательских и проектно-конструкторских работ по обеспечению безопасности атомных станций. Научно-практ. конф. М., НТЦБАЭ при Госпроатомнадзоре СССР, апрель 1989 г.
6. Бойко Р.В., Рязанов В.В. Стохастическое моделирование околокритического и критического поведения ядерных реакторов. — Весті Академії наук БССР. Сер. фіз.-енерг. наук, 1990, № 3, с. 10—15.
7. Ривкин С.Л., Александров А.А. Термодинамические свойства воды и водяного пара. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1984.
8. Владимиров В.И. Практические задачи по эксплуатации ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1985.
9. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов. Под ред. Г.А. Батя. М.: Энергоатомиздат, 1982. 511 с.
10. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975. 400 с.
11. Кипин Дж. Физические основы кинетики ядерных реакторов. Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1984.
12. Саркисов А.А., Пучков В.Н. Физика переходных процессов в ядерных реакторах. М.: Энергоатомиздат, 1983.
13. Уриг Р. Статистические методы в физике ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974.
14. Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1975.
15. Ма Ш. Современная теория критических явлений. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 374 с.
16. Бойко В.Г., Сысоев В.М., Чалый А.С. Метастабильные состояния, флуктуации, термодинамика, фракталы: Препринт ИТФ-88-155 Р. Киев. Ин-т теоретической физики АН УССР, 1988. 37 с.
17. Постников Н.С. Динамический хаос в реакторе с нелинейными обратными связями. — Атомная энергия, 1993, т. 74, вып. 4, с. 328—334.
18. Постников Н.С. Пространственно-временной хаос в распределенных моделях реактора. — Там же, 1999, т. 86, вып. 6, с. 450—453.
19. Постников Н.С. Условия существования хаотических колебаний в ядерных реакторах. — Там же, 2000, т. 88, вып. 6, с. 432—438.
20. Постников Н.С. Импульсная турбулентность нейтронного поля в ядерных реакторах. — Там же, 2001, т. 91, вып. 6, с. 434—438.
21. Kunze U. Application of noise diagnostics to plant monitoring in the Greifswald nuclear power plant «Bruno Leuschner». — Kernenergie, 1989, v. 32, № 8, p. 329—333.
22. Горяченко В.Д. Качественные методы в динамике ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1983.
23. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990. 270 с.
24. Смирнов Б.М. Фрактальные кластеры. — Успехи физ. наук, 1986, т. 149, вып. 2, с. 177—219.