

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копелиович Д.Х., Леликов В.П., Чепурков Г.Я. Исследование процесса взаимодействия хлорида цезия с коррозионно-стойкими материалами капсул закрытых радионуклидных источников излучения. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Радиационная техника, 1992, вып. № 1/(46), с. 94—96.
2. ТУ 95 957-82. Источники гамма-излучения закрытые с радионуклидом цезий-137 типов ИГИ-Ц и ГИД-Ц. Технические условия.
3. ГОСТ 6523-72. Стали высоколегированные и сплавы коррозионно-стойкие, жаростойкие и жаропрочные. Марки.
4. ТУ 14-134-279-91. Заготовка трубная из высокоэффективной коррозионно-стойкой стали марки 02Х17Н14М2-ИД(ИДД). Опытная партия. Технические условия.
5. Четчина Н.А., Янкин Г.Д., Лебедев А.Н. Новый коррозионно-стойкий сплав для радиохимического оборудования. — Труды СвердНИИхиммаша, 1993, с. 78—85.

Поступило в Редакцию 13.05.02

УДК 621.039.1:623.4.017

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВНЫХ БЛОКОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИНСПЕКЦИЙ В РЕЖИМЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Зайдель Р.М. (ВНИИА)

Настоящая работа выполнена в рамках осуществляемой ВНИИА программы работ по совершенствованию системы учета и контроля ядерных материалов. Полученные результаты позволяют планировать оптимальную частоту инспекций при условии обеспечения требуемой надежности изделий, находящихся на хранении и поставляемых заказчику по его требованию без дополнительного контроля.

Рассматривается следующая ситуация. На складе хранится N_0 изделий (учетных единиц) одного типа. С периодом T_0 проводятся инспекции их технического состояния. Те из них, которые по каким-либо критериям не удовлетворяют техническим условиям, признаются отказавшими и немедленно заменяются новыми. Во время очередной k -й инспекции фиксируется число n_k изделий, которые согласно регламенту были заменены новыми. Обозначим M число инспекций, проведенных за время наблюдений $T = MT_0$.

Условия задачи, таким образом, подпадают согласно принятой терминологии [1] под план испытаний $[N_0, B, T]$ с тем, однако, отличием, что моменты отказов конкретных блоков остаются для инспектора неизвестными. Он может лишь утверждать, что за время T_0 между $(k-1)$ -й и k -й инспекциями отказало n_k изделий из числа N_0 хранящихся на складе, для которых истинные моменты отказов заключены в интервале $(k-1)T_0, kT_0$. В условиях такой ограниченной информации получается задача с двусторонним цензурированием — сверху и снизу.

В монографии [2] рассматривалась аналогичная задача, но в режиме без восстановления, когда отказавшие изделия удаляются без замены новыми. При этом реализуется план испытаний $[N_0, B, T]$. Для решения задачи в такой постановке предлагается метод [2] последовательных приближений и отмечается, что потеря информации ввиду неопределенности моментов отказов отдельных изделий может повлиять на результаты прогноза будущего состояния готовности изделий к использованию. В нашем случае решение задачи оказалось существенно более простым.

Будем предполагать, что вероятность безотказной работы (сохранения его работоспособности) в течение любого интервала t времени хранения описывается экспоненциальным законом

$$f(t) = \exp(-\lambda t), \quad t > 0,$$

где λ — параметр (интенсивность отказов), который должен быть оценен по результатам M проведенных инспекций. Вероятность отказа p и сохранения работоспособности q изделия за время T_0 равны соответственно

$$p = 1 - \exp(-\alpha); \quad q = 1 - p = \exp(-\alpha); \quad \alpha = \lambda T_0; \quad (1)$$

$$\lambda = -\frac{1}{T_0} \ln(1 - p); \quad \frac{d\lambda}{dp} = \frac{1}{T_0(1 - p)} > 0.$$

Отказы каждого из N_0 изделий (учетных единиц), находящихся на складе после очередной инспекции, происходят независимо. Поэтому если k -я инспекция зафиксировала n_k отказавших изделий, то это число

n_k может быть выбрано числом способов, равным числу сочетаний n_k элементов из N_0 , т.е. $\binom{N_0}{n_k}$. Следовательно, случайная величина n_k подчиняется биномиальному распределению с параметрами N_0, p , что кратко записывается так:

$$n_k \sim \text{Bi}(N_0, p).$$

Вероятность W_k того, что случайная величина $x \sim \text{Bi}(N_0, p)$ примет значение n_k из ряда чисел $0, 1, \dots, N_0$, определяется по формуле

$$W_k = \binom{N_0}{n_k} p^{n_k} q^{N_0 - n_k}.$$

Результаты отдельных инспекций статистически независимы, поэтому вероятность W наблюдения набора n_k ($k = 1, 2, \dots, M$) отказов во всех M инспекциях дается произведением

$$W = \prod_{k=1}^M W_k = C p^n q^{N-n} = CL(n, p), \quad (2)$$

где

$$C = \prod_{k=1}^M \binom{N_0}{n_k}; \quad n = \sum_{k=1}^M n_k; \quad N = MN_0; \quad L(n, p) = p^n q^{N-n}; \quad q = 1 - p.$$

Зависимость вероятности W от неизвестного параметра p заключена в множителе $L(n, p)$, куда результаты наблюдений n_k входят лишь в виде суммы $n = n_1 + n_2 + \dots + n_M$. Отсюда следует, что n — достаточная статистика. Поэтому для оценки параметров p, λ знание конкретных значений n_k ($k = 1, 2, \dots, M$) не требуется, необходима лишь их сумма.

Отметим, что в расчетах вместо λ в явном виде фигурирует безразмерный параметр $\alpha = \lambda T_0$ из уравнения (1). Это равносильно тому, что период T_0 между инспекциями принят за единицу измерения времени. Данное обстоятельство позволяет простым образом пересчитывать результаты испытаний с одинаковыми значениями N, n , но с различными T_0 .

При нахождении оценок наибольшего правдоподобия удобно в уравнении (2) перейти к логарифмам

$$\ln W = \ln C + n \ln p + (N - n) \ln(1 - p). \quad (3)$$

Оценка $\hat{p}$ наибольшего правдоподобия для параметра p получается из уравнения (3) решением уравнения $\partial/\partial p \ln W = 0$, которое запишется в виде

$$\frac{n}{p} - \frac{N - n}{1 - p} = 0.$$

Отсюда находим

$$\hat{p} = h; \quad \hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - h; \quad \hat{\alpha} = -\ln(1 - h); \quad h = \frac{n}{N}; \quad N = MN_0, \quad (4)$$

где h — эмпирическая частота (частость), т.е. доля числа отказов n в биномиальной схеме испытаний, когда $N = MN_0$ — общее число событий. Это обстоятельство не случайно, будет показано, что распределение случайной величины n подчиняется закону

$$n \sim \text{Bi}(N, p). \quad (5)$$

Чтобы это доказать, рассмотрим характеристическую функцию $\varphi_x(\xi)$ для случайной величины x , подчиняющейся биномиальному распределению с параметрами A, p , где $A = 0, 1, 2, \dots$ — целое число, $0 < p < 1$. При этом вероятность

$$P\{x = m\} = \binom{A}{m} p^m q^{A-m}; \quad q = 1 - p; \quad m = 0, 1, \dots, A.$$

Отсюда получаем

$$\varphi_x(\xi) = E \exp i \xi x = \sum_{m=0}^A \exp i \xi m P\{x = m\} = \sum_{m=0}^A \binom{A}{m} (p \exp i \xi)^m q^{A-m} = (p \exp i \xi + q)^A. \quad (6)$$

Полагая $x = n_k \sim \text{Bi}(N_0, p)$, $A = N_0$, находим

$$\varphi_{n_k}(\xi) = (p \exp i \xi + q)^{N_0}.$$

Так как n — сумма M независимых случайных величин n_k ($k = 1, 2, \dots, M$), то характеристическая функция $\varphi_n(\xi)$ будет произведением всех $\varphi_{n_k}(\xi)$ для $k = 1, 2, \dots, M$:

$$\varphi_n(\xi) = \prod_{k=1}^M \varphi_{n_k}(\xi) = [(p \exp i\xi + q)^{N_0}]^M = (p \exp i\xi + q)^N; \quad N = MN_0. \quad (7)$$

Сравнение уравнений (7) с (6) показывает, что $n \sim \text{Bi}(N, p)$, т.е. формула (5) доказана.

Вычисление среднего и дисперсии для случайной величины n удобно провести с помощью функции кумулянтов

$$\psi_n(\xi) = \ln[\varphi_n(\xi)] = N \ln(p \exp \eta + q); \quad \eta = i\xi. \quad (8)$$

Дифференцирование уравнения (8) дает

$$\frac{d\psi_n(\eta)}{d\eta} = \frac{Np}{p + q \exp(-\eta)}; \quad \frac{d^2\psi_n(\eta)}{d\eta^2} = \frac{Npq \exp(-\eta)}{[p + q \exp(-\eta)]^2}. \quad (9)$$

Как известно [3], полагая в уравнении (9) $\eta = 0$, найдем для случайной величины n среднее значение и дисперсию, принимая во внимание, что $p + q = 1$:

$$E(n) = Np; \quad D(n) = Npq; \quad \sigma_n = \sqrt{Npq}, \quad (10)$$

где σ_n — стандартное отклонение n . Подставив уравнение (10) в формулу (4), получим

$$E(\hat{p}) = \frac{1}{N} E(n) = p; \quad \hat{\sigma}_p = \frac{1}{N} \sigma_n = \sqrt{pq/N}. \quad (11)$$

Отсюда следует, что оценка $\hat{p} = h$ является несмещенной. Несмещенной будет также оценка величины $q = 1 - p = \exp(-\alpha)$, имеющей смысл вероятности $R(T_0)$ безотказной работы за время T_0 :

$$E[R(T_0)] = E \exp(-\hat{\alpha}) = E(1 - p) = q = \exp(-\alpha).$$

Оценка $\hat{\lambda}$ наибольшего правдоподобия для параметра λ получается из уравнений (1) и (4):

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{T_0} \hat{\alpha} = -\frac{1}{T_0} \ln(1 - h); \quad h = \frac{n}{N}. \quad (12)$$

Рассмотрим для сравнения предельный случай, когда полное время наблюдения T фиксировано, интервал T_0 между инспекциями стремится к нулю. При этом число инспекций M неограниченно растет, но так, что произведение MT_0 остается постоянным:

$$MT_0 = \text{const} = T; \quad M = T/T_0; \quad N = N_0 M = N_0(T/T_0).$$

Подставим эти значения в уравнение (12):

$$\hat{\lambda} = -\frac{1}{T_0} \ln \left(1 - \frac{n}{N_0} \frac{T_0}{T} \right).$$

Переходя здесь к пределу $T_0 \rightarrow 0$, что соответствует непрерывному наблюдению, получим известную формулу для плана $[N_0, B, T]$:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{N_0 T}; \quad \Lambda = N_0 \hat{\lambda} = \frac{n}{T}.$$

Оценки стандартных отклонений для σ_α и σ_λ получим, используя уравнения (1), (11), (12) и правило переноса ошибок:

$$\hat{\sigma}_\alpha = \frac{1}{1 - \hat{p}} \hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{h}{N(1-h)}}; \quad \hat{\sigma}_\lambda = \frac{1}{T_0} \sqrt{\frac{h}{N(1-h)}}; \quad \hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{h(1-h)}{N}}. \quad (13)$$

Формула (5) позволяет использовать при нахождении верхней p_+ и нижней доверительных границ p_- для параметра p имеющиеся в литературе таблицы процентных точек для биномиального распределения, например, [4]. Согласно уравнению (1) функция $\lambda(p)$ монотонно возрастает, поэтому доверительные границы λ_+ и λ_- для параметра λ получаются подстановкой в уравнение (1) соответственно p_+ и p_- .

При достаточно больших числах n , $N - n$ из уравнений (13) можно получить приближенные доверительные границы для параметра p , считая, что

$$x = \frac{h - p}{\sigma_p} \sim N(0, 1),$$

т.е. x — величина, имеющая стандартное нормальное распределение с нулевым средним и единичной дисперсией. Обозначим u_γ квантиль уровня γ . Верхняя p_u и нижняя доверительные границы p_n для параметра p в рассматриваемом приближении записываются так:

$$p_u = h + \sigma_p u_{\gamma_1}; \quad p_n = h - \sigma_p u_{\gamma_2}; \quad P(p_n < p < p_u) \equiv \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - 1. \quad (14)$$

Здесь вместо σ_p следует подставлять ее оценку $\hat{\sigma}_p$ из уравнения (13). Подстановка выражения (14) в уравнение (1) приводит в данном приближении для параметра λ к доверительным границам вида

$$\lambda_n = -\frac{1}{T_0} \ln \left[1 - (h - \sigma_p u_{\gamma_2}) \right]; \quad \lambda_u = -\frac{1}{T_0} \ln \left[1 - (h + \sigma_p u_{\gamma_1}) \right].$$

Таким образом, получены простые формулы, позволяющие по данным периодических инспекций оценить интенсивность отказов λ . С увеличением числа инспекций доверительный интервал для λ сокращается. В частности, уменьшается верхняя доверительная граница, что позволяет реже проводить инспекции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965.
2. Закс Ш. Теория статистических выводов. М.: Мир, 1975.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
4. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1965.

Поступило в Редакцию 17.05.02

Р е ф е р а т ы с т а т е й

Продолжение. Начало см. на с. 154

УДК 621.039.5

Клочков Е.П., Рисованый В.Д., Ванеев Ю.Е., Дорофеев А.Н. Радиационные характеристики европийсодержащих органов СУЗ реактора СМ-2 после длительной эксплуатации. — Атомная энергия, 2002, т. 93, вып. 2, с. 114—116.

Приведены данные об активности изотопов европия, накопленных в пзлах регулирующих органов транспортных реакторов ($7,4 \cdot 10^{18}$ Бк), реакторов на быстрых нейтронах БН-600, БОР-60 ($2,6 \cdot 10^{17}$ Бк), исследовательского реактора СМ-2 ($4,8 \cdot 10^{15}$ Бк). Для исследования радиационных характеристик пзлов разработана универсальная расчетная методика, особенности которой продемонстрированы на примере моделирования изотопного состава пзлов реактора СМ-2. Показано, что расчетные и экспериментальные значения параметров высотного распределения активности изотопов европия совпадают в пределах погрешностей расчетов и измерений, расчетная интегральная по объему пзла активность на 15% выше экспериментальной. Рис. 5, табл. 1, список лит. 4 назв.

УДК 621.039.546

Петров Ю.В., Котова Л.М. Снижение концентрации урана в твзлах типа ПИК. — Атомная энергия, 2002, т. 93, вып. 2, с. 117—120.

Рассматривается возможность замены в твзлах реактора ПИК медной матрицы сердечника на алюминиевую. Оценивается выигрыш в реактивности в результате такой замены. Обсуждается возможность снижения содержания высокообогащенного урана в новых твзлах, приводящего к заметному сокращению топливных расходов. Рис. 3, список лит. 13 назв.

УДК 620.186.4/5:621.386.8-784.7

Артемов В.А. Оценка ослабления γ -излучения наноструктурными материалами. — Атомная энергия, 2002, т. 93, вып. 2, с. 120—128.

Рассмотрены отличия в ослаблении γ -излучения наноструктурными материалами по сравнению с обычными материалами. Обсуждаются особенности рассеяния на структурных единицах наноструктурного материала и распространения γ -излучения на основе решения уравнения переноса. Оценен вклад полного поверхностного отражения на внутренних границах такого материала в увеличение поглощения γ -излучения. Оценен оптимальный размер структурных единиц наноструктурного материала 3,4—4,4 нм, при котором достигается максимум поглощения γ -излучения. Наноструктурные материалы имеют повышенные защитные свойства от γ -излучения по сравнению с обычными материалами. Рис. 4, список лит. 18 назв.

Окончание см. на обл.