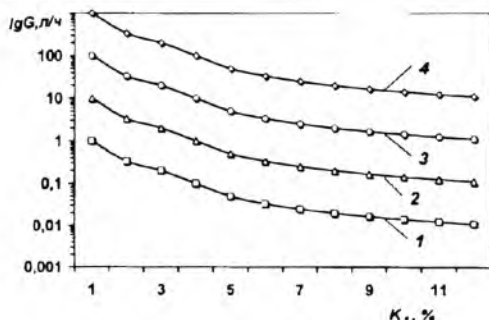
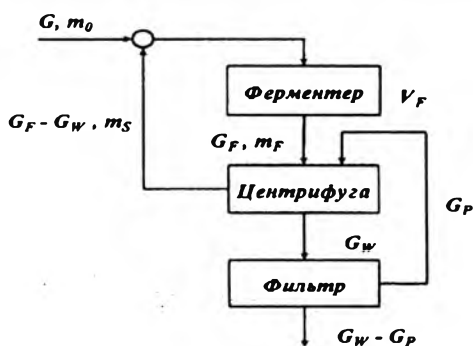




Р и с. 3. Зависимость производительности метантенка от степени биоконверсии целлюлозосодержащих отходов при его объеме 1 (1), 10 (2), 100 (3), 1000 м³ (4)

ходах, подаваемых на биоконверсию. Степень биоконверсии отходов в данном случае не влияет прямым путем на производительность метантенка.

Таким образом, показатели анаэробного процесса ферментации целлюлозосодержащих отходов и предложенная принципиальная технологическая схема позволяют выдать исходные данные для создания опытно-промышленной установки их переработки.



Р и с. 4. Схема материальных потоков в комбинированном узле биодеструкции целлюлозосодержащих отходов с рециркуляцией биомассы: G_F — объемная скорость отбора субстрата из метантенка; G_W — объемная скорость отбора раствора, осветленного в центрифуге; $G_P \ll G_W$ — объемная скорость отбора осадка из фильтра; m_S — содержание органического вещества в биопульпе после центрифугирования

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kalin M. Long Term Ecological Behaviour of Abandoned Uranium Mill Tailings. 1. Synoptic Survey of Invading Biota, Technology Development. — In: Rep. EPS-4-ES-83-1, Environment Canada, Ottawa 1983, p. 16—21.
2. Kalin M. Long Term Ecological Behaviour of Abandoned Uranium Mill Tailings. 2. Growth Patterns of Indigenous Vegetation on Terrestrial and Semiaquatic Areas. — In: Rep. EPS-3.HA/2, Environment Canada, Ottawa 1984, p. 56—59.
3. Kalin M. Ecological engineering applied to base metal and uranium mining wastes. — *Biometallurgy*, Jackson Hole, USA, 1989, p. 363—368.
4. Lee D., Donaldson T. Anaerobic digestion of cellulosic wastes. — *Biotech. Bioengng Symp.*, 1985, v. 27, № 15, p. 549—560.
5. Tusa E. Microbial treatment of radioactive waste at the Loviisa NPP, Finland. — In: Proc. Conf. Waste Management, Kyoto, 1989, v. 1, p. 137—140.
6. Tusa E. IVO's resin-eating bacteria make light work of waste treatment. — *Nucl. Engng Intern.*, 1992, № 2, p. 39.
7. Быков В.А., Винаров А.Ю., Шерстобитов В.В. Расчет процессов микробиологических производств. Киев: Техника, 1985, с. 14—30.
8. Соболев И.А., Хомчик Л.М. Обезвреживание радиоактивных отходов на централизованных пунктах. М.: Энергоатомиздат, 1983, с. 16—35.

Поступила в Редакцию 10.02.99

УДК 621.039.31

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА УСРЕДНЕНИЯ ПО РАДИУСУ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДИФфуЗИИ В ГАЗОВОЙ ЦЕНТРИФУГЕ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ ЦИРКУЛЯЦИИ

Александров О.Е. (Уральский государственный технический университет)

Повышение эффективности промышленных газовых центрифуг требует знания резервов увеличения их производительности. В настоящее время основные усилия направлены на создание расчетно-моделирующих программ, хотя остаются неопределенными пределы эффективности, к которым можно стремиться. Эффективность определяется многими факторами, одним из важнейших является внутреннее течение газа в разделительной камере ротора (см. рисунок). Например, для разделительной мощности центрифуги

$$\delta U = PV(N_P) + WV(N_W) - FV(N_F)$$

широко используется предельная оценка по Дираку [1]:

$$\delta U_{\max} = \frac{\pi}{2} H \rho D \left(\frac{\Delta m (R \Omega)^2}{2kT} \right)^2, \quad (1)$$

где F, P, W — поток питания, отбора и отвала соответственно; N_P, N_W, N_F — концентрация в потоках питания, отбора и отвала соответственно; V — функция ценности $V(N) = (2N - 1) \ln N / (1 - N)$; H — длина ротора; ρ — плотность разделяемого газа; D — коэффициент диффузии; Δm — разность массы молекул изотопов $\Delta m = |m_1 - m_2|$; R, Ω — внутренний радиус и угловая скорость вращения ротора; k — постоянная Больцмана; T — температура газа.

Если исходить из оценки (1), то получается, что разделительная мощность современных центрифуг в несколько раз меньше максимально возможной. Попытки достичь эффективности, сравнимой с оценкой (1), оказались безрезультатными. Кроме того, экспериментальная зависимость δU от длины ротора нелинейная. Однако современные центрифуги показывают эффективность все же на 10–20% выше, чем предсказывают аналитические модели типа модели Козна [2], что дает повод заявлять о непригодности последних.

Оценка (1) имеет еще один существенный недостаток — она не связывает разделительную мощность центрифуги с внешними (питание, отбор и отвал) и внутренними (циркуляция) потоками. Последнее означает, что она применима к некоторому предельному режиму работы, а именно для бесконечно большого потока питания и потока циркуляции в роторе. Очевидно, что реальные центрифуги не работают в таком режиме хотя бы потому, что коэффициент разделения в этом пределе стремится к нулю. Рабочие потоки выбирают исходя из компромисса между требованиями стабильности циркуляции в роторе, конечного и желательного большого коэффициента разделения и конечного потока питания. Вычислительные модели неспособны отвечать на подобные вопросы, поскольку не дают обзримой картины явления из-за большого числа параметров и громоздкости самих программ. Аналитические методы описания диффузии в настоящее время не развиваются.

В настоящей работе сделана попытка вернуться на новом уровне к аналитическому описанию разделения — методу усреднения по радиусу и прежде всего обосновать его применение к случаю произвольного распределения потока циркуляции в роторе.

Метод [2] и сводит задачу о поиске двумерного распределения концентрации в роторе центрифуги к одномерной задаче о распределении концентрации вдоль оси. Достоинством метода является возможность получать простые аналитические соотношения между течением газа в роторе и эффективностью, т.е. исследовать общие закономерности влияния течения газа. Оригинальный вывод [2] для уравнения диффузии значительно упрощал картину течения газа в роторе:

предполагалось, что поток циркуляции в роторе не изменяется по длине центрифуги, поток замыкается в пренебрежимо тонких слоях около торцов ротора;

поток питания предполагался пренебрежимо малым по сравнению с потоком циркуляции в роторе.

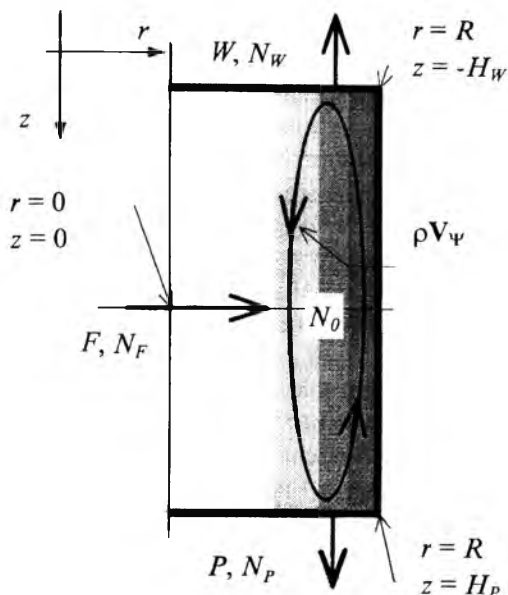


Схема центрифуги

Это приводило к ложному убеждению, что одномерное уравнение диффузии [2] неприменимо для количественного описания разделения при заметной неравномерности потока циркуляции по длине ротора и конечного потока питания. Более того, априорно утверждалось, что любое течение в радиальном направлении ухудшает эффективность центрифуги из-за конвективного перемешивания [1].

Покажем, что одномерное уравнение диффузии можно получить, не используя предположение о равенстве радиального потока массы в центрифуге нулю, и точность описания диффузии в этом случае не ухудшается.

Будем использовать систему координат и обозначения, показанные на рисунке. Используются цилиндрические координаты. Предполагается, что $r = 0$ соответствует оси вращения центрифуги и $z = 0$ совпадает с точкой подачи питания. Задача полагается двумерной. Рассматривается изотопное приближение, т.е. предполагается, что концентрация изотопа не влияет на движение газа как целого.

Разделим течение внутри ротора центрифуги на две составляющие: связанную 1) с циркуляцией (вихревое течение, замкнутые линии тока) и 2) с подачей питания (потенциальное течение, незамкнутые линии тока). Математически это можно провести, разложив векторное поле скорости на вихревую и потенциальную части. Такое разложение существует и однозначно для любого непрерывного векторного поля [3]:

$$\rho V = \rho V_{\Psi} + \rho V_{\varphi} = \rho D \text{rot}(\Psi) + \text{grad}(\varphi),$$

где $\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi \\ 0 \end{pmatrix}$ — векторный потенциал скорости, характеризующий интенсивность циркуляции; φ — скалярный потенциал, характеризующий транзитный поток; V_{Ψ} , V_{φ} — скорость течения; множитель ρD введен для удобства и предполагается, что он не зависит от координат. Единственный отличный от нуля компонент Ψ обусловлен двумерностью течения.

В частном случае безотборного режима ($F = 0$) и отсутствия радиальных потоков массы ($\rho V_r = 0$) связь между функцией тока ψ [2] (см. [1]) и потенциалом циркуляции Ψ имеет вид $\rho D \Psi_r = \psi$. В других случаях потенциал циркуляции Ψ не совпадает с функцией тока ψ . Главное отличие состоит в том, что поток питания в величину Ψ не вносит прямого вклада. Это не означает полного отрицания влияния потока питания на циркуляцию в роторе. Поток питания по-прежнему рассматривается как один из источников энергии (вместе с температурным градиентом и механическим возбуждением отборником) возбуждения вихревого движения газа в роторе. Но, кроме того, он создает особый тип течения — транзитный поток, который не является вихревым и должен рассматриваться отдельно.

Пренебрежение существованием двух типов течения в роторе [2] оправдано предположением о малости потока питания по сравнению с потоком циркуляции. В современных центрифугах поток питания сравним с потоком циркуляции.

Аналогично потоку массы может быть представлен и поток массы изотопа:

$$\Phi = \text{rot}(\Psi_D) + \text{grad}(\varphi_D). \quad (2)$$

Векторный потенциал Ψ_D определяет вихревой поток массы изотопа, скалярный потенциал φ_D — транзитный поток массы изотопа в роторе. По определению поток массы изотопа

$$\Phi_r = -\rho D \left[\frac{dN}{dr} + frN(1 - N) \right] + \rho V_r N;$$

$$\Phi_z = -\rho D \frac{dN}{dz} + \rho V_z N,$$

где N — молярная концентрация изотопа; $f = \Delta m \Omega^2 / kT$; Δm — разность молекулярной массы разделяемых изотопов, предполагается $\Delta m > 0$; Ω — угловая скорость вращения центрифуги. Выражение (2) можно представить в форме

$$\Phi_i = \text{rot}(\Psi_{Di}) + N_i \rho V_{\varphi i}, \quad (3)$$

где ρV_{φ} — вектор потенциальной части потока массы; i — индекс, принимающий значение P для обогажительной части и W — для извлекающей.

При определении диффузионного потока в форме (3) уравнение диффузии для обогажительной и извлекающей частей

$$\text{div}(\Phi_i) = 0 \quad (4)$$

удовлетворяется тождественно. Выбрав Ψ_D в виде

$$\Psi_D = (\rho D \Psi N + \delta \phi),$$

где $\delta \phi$ — неизвестная функция, по смыслу описывающая отклонение вихря потока массы изотопа от вихря среднего потока массы, можно преобразовать уравнение (4) к системе двух уравнений

$$\begin{cases} - \left[\frac{\partial N}{\partial r} + frN(1-N) \right] + \frac{\rho V_{\varphi r i}}{\rho D} (N - N_i) - \Psi \frac{\partial N}{\partial z} - \frac{1}{\rho D} \left(\frac{\partial \delta \phi_i}{\partial z} \right) = 0; \\ - \frac{\partial N}{\partial z} + \frac{\rho V_{\varphi z i}}{\rho D} (N - N_i) + \Psi \frac{\partial N}{\partial r} - \frac{1}{\rho D r} \frac{\partial(r \delta \phi_i)}{\partial r} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Переход от выражения (4) к уравнению (5) математически означает однократное интегрирование формулы (4), в результате появляется переменная интегрирования $\delta \phi$. Исключая члены с $\partial N / \partial z$ из первого уравнения (5) и члены с $\partial N / \partial r$ из второго, получим

$$\begin{cases} - (1 + \Psi^2) \frac{\partial N}{\partial r} - frN(1-N) + v_r(N - N_i) - \left(\frac{\Psi}{r} \frac{\partial(r \delta \phi)}{\partial r} + \frac{\partial \delta \phi}{\partial z} \right) = 0; \\ - (1 + \Psi^2) \frac{\partial N}{\partial z} - fr\Psi N(1-N) + (v_z + \Psi v_r)(N - N_i) + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r \delta \phi)}{\partial r} - \Psi \frac{\partial \delta \phi}{\partial z} \right) = 0, \end{cases} \quad (6)$$

где $v = (V_{\varphi} / D)$. До этого момента не сделано упрощающих предположений, поэтому система уравнений (6) — точный эквивалент уравнения (4). Особо следует отметить, что не использовалось предположение о малости радиальных потоков массы в роторе центрифуги.

Второе уравнение в формуле (6) можно усреднить по радиусу в стандартном предположении, что концентрация слабо зависит от r , т.е. заменяя $\langle N(r)X(r) \rangle \approx \langle N(r) \rangle \langle X(r) \rangle$. После усреднения имеем

$$\int_0^R \frac{2\pi r}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \delta \phi) dr = 2\pi r \delta \phi \Big|_0^R = 0,$$

поскольку $\phi(R) = 0$, что следует из непроницаемости границ для вихря потока массы. Усредняя $\Psi(\partial \delta \phi / \partial z)$, получим

$$\begin{aligned} \int_0^R 2\pi r \Psi \frac{\partial \delta \phi}{\partial z} dr &= - \frac{2\pi}{\rho D} \int_0^R r \rho V_{\Psi z} \left(\int_0^r \frac{\partial \delta \phi}{\partial z} dr \right) dr \approx \\ &\approx - \left(\int_0^R \frac{\partial \delta \phi}{\partial z} dr \right) \int_0^R 2\pi r \rho V_{\Psi z} dr = 0. \end{aligned}$$

На этом этапе вводится упрощение, соответствующее пренебрежению отклонением вихря массы изотопа по оси r от вихря средней массы. Это соответствует предположению о слабой зависимости концентрации от радиуса. В случае $N(r) = \text{const}$ величина $\partial\delta\phi/\partial z \equiv 0$. Окончательно получим аналог уравнения [2]

$$-\frac{\partial N}{\partial z} - \frac{f\langle r\Psi \rangle}{1 + \langle \Psi^2 \rangle} N(1 - N) + \frac{v_z}{1 + \langle \Psi^2 \rangle} \left(1 + \frac{\langle \Psi v_r \rangle}{v_z}\right) (N - N_i) = 0, \quad (7)$$

$$\text{где } \langle X \rangle = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r X(r) dr.$$

Следовательно, в рамках метода [2] можно описывать неравномерный по длине ротора центрифуги поток циркуляции. Основные отличия уравнения (7) от оригинального уравнения [2]:

градиент концентрации по оси OZ становится равным нулю при отсутствии циркуляции в роторе ($\Psi = 0$), хотя поток питания при этом может не быть равен нулю ($v_z \neq 0$);

уравнение справедливо при произвольном радиальном потоке циркуляции.

Радиальный компонент скорости, связанный с потоком питания $v_r = v_r(z)$, зависит от способа подачи питания. При подаче питания вблизи оси центрифуги можно утверждать, что $v_r > 0$, и потенциально это может увеличивать эффективность центрифуги. Но в рамках настоящей модели невозможна детализация в этом направлении.

Далее предположим, что питание не создает радиального компонента скорости ($v_r = 0$). Это не ограничивает радиальную скорость, связанную с циркуляцией. В этом случае из уравнения (7) исчезает член с v_r , и уравнение совпадает по форме с уравнением [2].

Для того чтобы проинтегрировать уравнение (7), необходимо либо вычислить потенциал циркуляции, либо ввести предположение о его виде.

Введем следующее предположение: форма профиля потока массы по оси OR не зависит от z . Тогда можно ввести амплитуду циркуляции в форме $\Psi_0(z) = \sqrt{\langle \Psi^2(z) \rangle}$ и коэффициент профиля

$$a = AR = \langle \Psi r \rangle / \sqrt{\langle \Psi^2 \rangle}, \quad (8)$$

где R — радиус ротора; A — константа, характеризующая профиль течения по оси OR , максимальное значение $A = \sqrt{1/2}$ при $\Psi(r) = \Psi_0 r$.

С учетом предположения (8) уравнение (7) можно записать в виде

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\ln \left(\frac{N}{1 - N} \right) \right) + \frac{fa\Psi_0(z)}{1 + \Psi_0(z)^2} - \frac{v_z}{1 + \Psi_0(z)^2} \frac{N - N_i}{N(1 - N)} = 0. \quad (9)$$

Для того чтобы получить решение уравнения (9), его нужно линеаризовать. Обычно линеаризацию проводят в предположении малости концентрации изотопа ($N \ll 1$).

Более общий случай линеаризации, требующий только малости разности концентрации ($\Delta N \ll 1$), можно получить, учитывая, что

$$(N - N_i) \frac{\partial}{\partial N} \left(\ln \left(\frac{N(1 - N_i)}{N_i(1 - N)} \right) \right) = \frac{N - N_i}{N(1 - N)},$$

т.е. $N - N_i / [N(1 - N)]$ является первым членом разложения в ряд по N коэффициента разделения α_i около N_i , где $\alpha_i = N(1 - N_i) / N_i(1 - N)$. С точностью до следующего члена ряда $\sim (N - N_i)^2$ можно получить из уравнения (9)

$$-\frac{\partial}{\partial z}(\ln \alpha_i) + \frac{fa\Psi_0}{1 + \Psi_0^2} - \frac{v_z}{1 + \Psi_0^2} \ln \alpha_i = 0. \quad (10)$$

В частности, из уравнения (10) следует независимость коэффициента разделения от концентрации во всем диапазоне концентрации при условии малости $(N_p - N_w)$.

Общий интеграл уравнения (10)

$$\ln \alpha_i(z) = fa \exp \left(-v_z \int_{H_i}^z \frac{\partial z}{1 + \Psi_0^2} \right) \int_{H_i}^z \left[\frac{\Psi_0}{1 + \Psi_0^2} \exp \left(v_z \int_{H_i}^z \frac{\partial z}{1 + \Psi_0^2} \right) \right] \partial z, \quad (11)$$

полный коэффициент разделения центрифуги можно выразить в форме

$$\ln \chi = \ln \alpha_p(0) - \ln \alpha_w(0).$$

Здесь предполагается, что концентрация питания равна концентрации в точке подачи питания $(N_F = N_0)$.

Интеграл уравнения (11) может быть вычислен аналитически в двух важных случаях: для циркуляции, не зависящей от z , и для оптимальной циркуляции (последнее выходит за рамки статьи). Для постоянного по z потока циркуляции Ψ_0 можно получить более простую формулу для коэффициента разделения

$$\ln \chi = \frac{\pi a \Psi_0 \rho D \Delta m (\Omega R)^2}{k T F \Theta (1 - \Theta)} \left\{ 1 - (1 - \Theta) \exp \left(-\frac{F \Theta}{\pi R^2 \rho D (1 + \Psi_0^2)} H_p \right) - \Theta \times \right. \\ \left. \times \exp \left(-\frac{F(1 - \Theta)}{\pi R^2 \rho D (1 + \Psi_0^2)} H_w \right) \right\} \quad (12)$$

Формула (12) справедлива при произвольной концентрации. С ее помощью можно определить оптимальную зависимость потока питания от постоянного потока циркуляции Ψ_0 :

$$\frac{F \Theta}{\pi R^2 \rho D (1 + \Psi_0^2)} H_p = \frac{F(1 - \Theta)}{\pi R^2 \rho D (1 + \Psi_0^2)} H_w = 1,2564312086,$$

т.е. поток циркуляции в роторе должен быть сравним с потоком питания.

Таким образом, метод усреднения по радиусу применим без ухудшения точности для описания разделения в газовой центрифуге при существенно неоднородном распределении потока циркуляции по длине ротора, т.е. для ненулевых радиальных потоков массы. Радиальные потоки массы не приводят к уменьшению разделительной мощности. Видимо, существует оптимальное распределение циркуляции вдоль оси ротора. Поток массы, связанный с питанием, не вносит вклад в умножение первичного коэффициента разделения.

Настоящая работа выполнена благодаря поддержке ПО «ЭХЗ» (г. Зеленогорск) и гранту на фундаментальные исследования Министерства общего и профессионального образования РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Обогащение урана. Под ред. С.М. Виллани. М.: Энергоатомиздат, 1983. 318 с.
2. Cohen K. The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-Scale Production of ^{235}U . McGraw-Hill Book, 1951.
3. Корн К., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1978. 830 с.