

УДК 621.039.5

ОПТИМИЗАЦИЯ КОМПОНОВКИ АКТИВНОЙ ЗОНЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО РЕАКТОРА ВВР-М

Малерс Ю.П. (ИЯИ НАН Украины)

Эффективность использования исследовательского реактора может быть существенно повышена путем оптимизации компоновки активной зоны. В частности, может быть найдено такое размещение ТВС в активной зоне, при котором плотность потока нейтронов в каналах реактора, используемых для легирования кремния, производства радиоизотопов и исследований по нейтронной физике, максимальна. Отметим, что хотя имеются различные эвристические приемы, помогающие находить улучшенные компоновки активной зоны, они не могут обеспечить высокое качество получаемых решений.

Поскольку для исследовательского реактора ВВР-М выгорание топлива за цикл невелико, что позволяет ограничить допустимую перестановку ТВС таким образом, чтобы для расчета изменений характеристик активной зоны была применима линейная теория возмущений, компоновку активной зоны можно оптимизировать с помощью метода последовательной линеаризации и частично целочисленного линейного программирования [1]. Для уменьшения времени, необходимого для расчета коэффициентов чувствительности, может быть использован обратный диффузионный расчет [2].

Рассмотрим трехгрупповую диффузионную модель ВВР-М [3] в следующей матричной записи:

$$\begin{cases} L_1 \Phi_1 = \frac{1}{k_{эф}} Q; \\ L_2 \Phi_2 = \Phi_1; \\ L_3 \Phi_3 + A Q = \Phi_2, \end{cases} \quad (1) \quad (2) \quad (3)$$

где $k_{эф}$ — эффективный коэффициент размножения нейтронов; $\Phi_{1,2,3} = (\Phi_{1,2,3}^1, \Phi_{1,2,3}^2, \dots, \Phi_{1,2,3}^N)$; $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_N)$; $Q_i = u_i \Phi_3^i$; $\Phi_{1,2,3}^i$, Q_i , u_i — поток нейтронов, удельное энерговыделение и топливная характеристика в i -й геометрической зоне соответственно; N — число геометрических зон в активной зоне; L_1 , L_2 , L_3 и A — некоторые матрицы, не зависящие от $u = (u_1, u_2, \dots, u_N)$. В данном случае считается, что топливная характеристика пропорциональна концентрации ^{235}U .

Подставим Φ_2 из уравнения (3) в уравнение (2), а затем Φ_1 из уравнения (2) в уравнение (1). Полученное в результате уравнение может быть записано в виде $\Phi_3 = T(k_{эф})Q$, где $T(k_{эф}) = (L_1 L_2 L_3)^{-1} \left(\frac{1}{k_{эф}} I - L_1 L_2 A \right)$; I — единичная матрица.

Матрица $(L_1 L_2 L_3)^{-1}$ существует, поскольку уравнение $(L_1 L_2 L_3) \Phi_3 = 0$ имеет только тривиальное решение.

Так как $\Phi_3^i = Q_i / u_i$, u можно выразить через Q :

$$u_i = Q_i / (TQ)_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Отметим, что аналогичное соотношение может быть получено также методом кусочно-постоянных функций Грина [4].

Рассмотрим следующую оптимизационную задачу. Разместить N_1 ТВС с топливом концентрацией y_1 , N_2 ТВС с топливом концентрацией $y_2, \dots, N_m$ ТВС с топливом концентрацией y_m $\left(\sum_{k=1}^m N_k = N \right)$ в N геометрических зонах реактора таким образом, чтобы минимизировать некоторую целевую функцию $F[u, Q, \Phi_3]$ при следующих условиях: $u_i = Q_i / \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} Q_j$, $i = 1, 2, \dots, N$; $Q_i \leq Q_{\max}$, $i = 1, 2, \dots, N$;

$P = \sum_{i=1}^N V_i Q_i \leq P_{\max}$, где $0 < y_1 < y_2 < \dots < y_m$; $\lambda_{ij} \equiv [T(k_{\text{эф}})]_{ij}$; m — число различных значений топливной характеристики в наборе ТВС; V_i — объем i -й геометрической зоны; P — полная мощность реактора; u_i — топливная характеристика в i -й геометрической зоне. Используем конечно-разностную сетку с одним узлом на ТВС и считаем, что нет необходимости ограничивать изменение эффективного коэффициента размножения нейтронов.

Запишем u_i так: $u_i = \sum_{k=1}^m y_k \xi_{ik}$, где $\xi_{ik} \in \{0, 1\}$; $\sum_{i=1}^N \xi_{ik} = N_k$, $k = 1, 2, \dots, m$; $\sum_{k=1}^m \xi_{ik} = 1$, $i = 1, 2, \dots, N$. Вариация u_i может быть записана в следующих видах:

$$\delta u_i = \sum_{k=1}^m y_k \delta \xi_{ik} \text{ и } \delta u_i = \sum_{j=1}^N \mu_{ij} \delta Q_j + \nu_i \delta (k_{\text{эф}})^{-1}; \quad (5)$$

где

$$\mu_{ij} \equiv \frac{\partial u_i}{\partial Q_j} = \frac{\delta_{ij} u_i - \lambda_{ij} u_i^2}{Q_i}; \quad (6)$$

$$\delta_{ij} \equiv \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad \nu_i = \frac{\partial u_i}{\partial (1/k_{\text{эф}})} = -u_i^2 \sum_{j=1}^N \frac{\partial \lambda_{ij}}{\partial (1/k_{\text{эф}})} \frac{Q_j}{Q_i}.$$

Отметим, что $\delta u_i = 0$, если $\delta Q_i = C Q_i$ для $i = 1, 2, \dots, N$, где C — некоторая константа [5]. Действительно, в этом случае с учетом формул (4) и (6) $\delta u_i = \sum_{j=1}^N \mu_{ij} \delta Q_j = C(u_i - u_i^2/Q_i) = 0$.

Используя выражение для полной мощности реактора, можно добавить соотношение $\delta P = \sum_{i=1}^N V_i \delta Q_i$ к уравнениям (5) и получить систему уравнений, описывающих взаимно-однозначное соответствие между $\delta Q_1, \delta Q_2, \dots, \delta Q_N, \delta (k_{\text{эф}})^{-1}$ и $\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_N, \delta P$.

Применим затем метод последовательной линеаризации [6]. Оптимизационная процедура имеет следующий вид. Начинаем с некоторых допустимых начальных значений ξ_{ik} , $i = 1, 2, \dots, N$, $k = 1, 2, \dots, m$ и определяем u_i , Q_i , $k_{\text{эф}}$ и μ_{ik} . Затем решаем следующую частично-целочисленную задачу линейного программирования. Найти такие δQ_i , $i = 1, 2, \dots, N$, δP , $\delta (k_{\text{эф}})^{-1}$ и целые $\delta \xi_{ik}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $k \in \varepsilon_i$, при которых $\delta F = \sum_{i=1}^N \beta_i \delta Q_i$ минимальна и выполняются ограничения: $-\xi_{ik} \leq \delta \xi_{ik} \leq 1 - \xi_{ik}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $k \in \varepsilon_i$; $\delta Q_i \leq Q_{\max} - Q_i$, $i = 1, 2, \dots, N$; $\delta P \leq P_{\max} - P$;

$$\sum_{j=1}^N \mu_{ij} \delta Q_j + \nu_i \delta \left(\frac{1}{k_{\text{эф}}} \right) = \sum_{k=1}^m y_k \delta \xi_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N V_i \delta Q_i = \delta P; \quad (8)$$

$$\sum_{k \in \varepsilon_i} \delta \xi_{ik} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad \sum_{i \in \eta_k} \delta \xi_{ik} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

где

$$\beta_i \equiv \frac{\partial F}{\partial Q_i} + \sum_{j=1}^N \left(\mu_{ij} \frac{\partial F}{\partial u_j} + \lambda_{ij} \frac{\partial F}{\partial \Phi_j} \right);$$

$k \in \varepsilon_i$, если $\max\{1, n_i - M\} \leq k \leq \min\{m, n_i + M\}$, и $i \in \eta_k$, если $k \in \varepsilon_i$; n_i определяется из равенства $y_{n_i} = u_i$; M — натуральное число, которое задается таким образом, чтобы не выйти за рамки применимости линейного приближения ($\delta \xi_{ik} \neq 0$ только в том случае, если $k \in \varepsilon_i$, так что мы ограничиваем допустимые перестановки ТВС, а тем самым и допустимое изменение δu_i и δQ_i).

Переменные $\delta Q_1, \delta Q_2, \dots, \delta Q_N, \delta(1/k_{eff})$ можно исключить из задачи линейного программирования, используя систему уравнений (7) и (8). Определение соответствующей обратной матрицы не требует больших вычислительных затрат по сравнению с решением задачи линейного программирования. Обратная матрица существует вследствие взаимно-однозначного соответствия между $\{\delta Q_1, \delta Q_2, \dots, \delta Q_N, \delta(1/k_{eff})\}$ и $(\delta u_1, \delta u_2, \dots, \delta u_N, \delta P)$. Затем находим новые ξ_{ik} как $\xi_{ik} + \delta \xi_{ik}$ и формулируем новую задачу частично-целочисленного линейного программирования. Эти задачи последовательно решаются до сходимости.

Отметим, что когда модель активной зоны основана на прямом решении уравнения диффузии нейтронов, необходимо использовать теорию возмущений. Вычислительные затраты на расчет коэффициентов чувствительности могут быть уменьшены методом интегральных функций Грина [7, 8].

Разработанный алгоритм был применен для реальных двумерных задач оптимизации использования топлива ВВР-М киевского Института ядерных исследований. Этот реактор имеет множество экспериментальных каналов, используемых для различных целей, и содержит в настоящее время 192 ТВС, размещенные в активной зоне асимметрично.

Нейтронно-физическое моделирование реактора было проведено с помощью трехгруппового двумерного диффузионного кода с 1141 узлом гексагональной пространственной сетки для каждой группы. Обратный диффузионный расчет был проверен сравнением с прямым диффузионным расчетом. Плотность потока нейтронов и удельное энерговыделение, рассчитанные для различных двумерных конфигураций активной зоны с помощью обратного диффузионного расчета, согласовывались с результатами прямого диффузионного расчета. Определялись также для различных изменений топливной характеристики (δu) погрешности, обусловленные линеаризацией. Для $\delta u \leq 0,2(u_m - u_1)$ ошибки расчета изменений удельного энерговыделения с применением линеаризации не превысили 3%.

Оптимизационный алгоритм был применен для повышения плотности потока тепловых нейтронов в каналах большого диаметра, используемых для легирования кремния. В качестве начальной компоновки активной зоны для первой итерации оптимизационной процедуры была выбрана одна из реальных компоновок активной зоны реактора ВВР-М. Расчеты выполнены на персональном компьютере с микропроцессором Intel-80486DX2. Для сходимости итерационного процесса требовалось от 4 до 9 итераций. При этом удавалось уменьшить целевую функцию на 15—40% в зависимости от характера конкретной оптимизационной задачи. Вычислительные затраты составили около 10 мин на итерацию.

Настоящая работа частично поддержана контрактом с МАГАТЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кашутин А.А., Хромов В.В. Метод для решения задачи оптимизации перегрузок ТВС в ядерном реакторе с использованием алгоритмов целочисленного программирования. — В сб.: Физика ядерных реакторов, вып. 6. М.: Атомиздат, 1978, с. 65—71.
2. Малерс Ю.П. Оптимальное размещение ТВС в исследовательском реакторе. — Атомная энергия, 1991, т. 70, вып. 4, с. 257—259.
3. Гарусов Е.А., Петров Ю.В. Малогрупповая расчетная модель замедления для водо-алюминиевых активных зон. — Там же, 1972, т. 32, вып. 3, с. 225—227.
4. Stillman J., Chao Y., Downar T. The optimum fuel and power distribution for a PWR burnup cycle. — Nucl. Sci. Engng, 1989, v. 103, p. 321—333.
5. Малерс Ю.П. Оптимизация размещения ТВС в исследовательском реакторе. — Атомная энергия, 1992, т. 72, вып. 6, с. 624—626.
6. Хромов В.В., Кузьмин А.М., Орлов В.В. Метод последовательной линеаризации в задачах оптимизации реакторов на быстрых нейтронах. М.: Атомиздат, 1978.
7. Хромов В.В., Кашутин А.А., Глебов В.Б. Применение метода интегральных функций Грина к задачам теории переноса нейтронов. — Атомная энергия, 1974, т. 36, вып. 5, с. 385.
8. Шведов М.О., Кашутин А.А. Применение метода интегральных функций Грина при расчете распределений нейтронных полей в оптимизационных задачах реакторной физики. — В сб.: Физика и методы расчета ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1986, с. 19—23.