

УДК 621.039.515

СИНТЕЗ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА*

Постников Н.С. (НИИ механики при Нижегородском госуниверситете)

В работе [1] показано, что при стабилизации колебательно-неустойчивого реактора релейной системой регулирования в нем наряду с периодическими могут возникать стохастические автоколебания, причем в стохастических режимах частота включения системы регулирования существенно меньше, чем в периодических. На примерах показано [1], что закон обратной связи можно подобрать так, чтобы в реакторе реализовывался стохастический режим и тем самым существенно уменьшалась частота переключений реле. Однако общих способов выбора таких законов управления в работе [1] не указано.

В настоящей работе предлагается методика синтеза управления, обеспечивающего в реакторе стохастический режим с минимальной частотой введения управляющего воздействия. Эта методика применима не только к реакторам, но и к любым колебательно-неустойчивым объектам.

Для описания динамики реактора воспользуемся уравнениями

$$\dot{l}n = \delta k + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i - \beta n; \delta k = an + b^T u + \sigma; \quad (1)$$

$$\dot{c}_i = -\lambda_i c_i + \beta_i n; i = 1, 2, \dots, 6; \quad (2)$$

$$\dot{u} = Pu + dn; u \in R^k. \quad (3)$$

Здесь l — время жизни мгновенных нейтронов; $n = (N - N_0)/N_0$ — относительное отклонение плотности потока нейтронов N от стационарной N_0 ; δk — реактивность; c_i/l — концентрация ядер-излучателей запаздывающих нейтронов i -й группы; λ_i — постоянная распада этих ядер; β_i — относительный выход запаздывающих нейтронов

в результате акта деления; $\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$; уравнения (1), (3) описывают обратные связи

по реактивности; $a < \beta$; $u, b, d \in R^k$; P — гурвицева $k \times k$ матрица; $\sigma \in R^1$ — относительное положение регулирующего органа в реакторе; значения λ_i, β_i примем равными

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0,0124 \text{ с}^{-1}; \lambda_2 = 0,0305 \text{ с}^{-1}; \lambda_3 = 0,111 \text{ с}^{-1}; \lambda_4 = 0,301 \text{ с}^{-1}; \\ \lambda_5 = 1,14 \text{ с}^{-1}; \lambda_6 = 3,01 \text{ с}^{-1}; \beta = 0,0065; \beta_1/\beta = 0,033; \beta_2/\beta = 0,219; \\ \beta_3/\beta = 0,196; \beta_4/\beta = 0,395; \beta_5/\beta = 0,115; \beta_6/\beta = 0,042. \end{cases} \quad (4)$$

Пренебрегая l , уравнение (1) запишем в виде

$$n = (b^T u + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i + \sigma) / (\beta - a). \quad (5)$$

Считаем, что при $\sigma = 0$ реактор колебательно-неустойчив, т.е. уравнение

$$\Phi(s) = 1/W_n(s) = \sum_{i=1}^6 (s\beta_i)/(s + \lambda_i) - a - b^T(sI - P)^{-1}d = 0 \quad (6)$$

имет корни $s_{1,2} = \alpha \pm wi$, $\alpha > 0$, у остальных корней $\text{Re } s_i < 0$.

*Финансирование данной работы проводится в рамках гранта по фундаментальным исследованиям в области энергетики и электротехники (МЭИ). Грант № 46 Гр-96 «Стохастические автоколебания в динамике ядерных реакторов».

Пусть реактор стабилизирует релейная система

$$\dot{\sigma} = -V F(\xi, \eta); \quad (7)$$

$$F(\xi, \eta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \xi > \Delta \text{ и } \mu\Delta < \xi < \Delta, \text{ если } \eta = 1; \\ 0 & \text{при } -\Delta < \xi < \Delta, \text{ если } \eta = 0; \\ -1 & \text{при } \xi < -\Delta \text{ и } -\Delta < \xi < -\mu\Delta, \text{ если } \eta = -1. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь $V > 0$ — скорость введения реактивности; F — релейная характеристика с положительным гистерезисом и зоной нечувствительности (рис. 1, а); $\mu, \Delta = \text{const}$; $-1 < \mu < 1$; $\Delta > 0$; $\eta = \{0, \pm 1\}$ — значение F после последнего переключения реле; ξ — управляющий сигнал. Обозначая

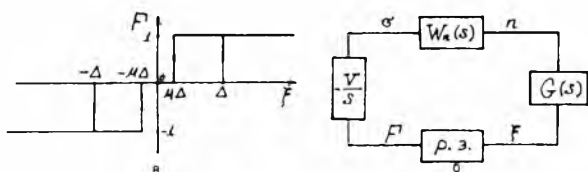
$$\begin{aligned} z^T &= (c_1, c_2, \dots, c_6, u^T); \\ g^T &= (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6, d^T); \\ r^T &= (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6, b^T); \end{aligned} \quad A = \begin{pmatrix} -\lambda_1 & \dots & 0 & | & 0 \\ \dots & \dots & \dots & | & \dots \\ 0 & \dots & -\lambda_6 & | & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & | & \bar{p} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

запишем уравнения (2)–(5) в виде

$$\dot{z} = Az + g \left(\frac{r^T z + \sigma}{\beta - a} \right) = Dz + \tilde{g}\sigma; \quad D = A + \frac{gr^T}{\beta - a}; \quad \tilde{g} = \frac{g}{\beta - a}; \quad n = \frac{(r^T z + \sigma)}{\beta - a}. \quad (10)$$

В общем случае управляющий сигнал записывается в виде

$$\xi = \varepsilon\sigma + \vec{\gamma}^T z; \quad \varepsilon > 0; \quad \vec{\gamma}^T = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_6, \gamma_u^T); \quad \gamma_u \in R^k. \quad (11)$$



Р и с. 1. Релейная характеристика с гистерезисом (а) и структурная схема релейной системы (2)–(5), (7), (8) (б)

При $V, \varepsilon > 0$ и $F = \text{sign } \xi$ в системе (7)–(11) на поверхности $\xi = 0$ возникает скользящий режим. Будем считать, что он устойчив, т.е. устойчива система $\dot{z} = [D - (\vec{g}\vec{\gamma}^T)/\varepsilon]z$. Тогда при малых Δ движения системы (7)–(11) происходят вблизи поверхности $\xi = 0$ и с течением времени

попадают в множество, размеры которого стремятся к нулю при $\Delta \rightarrow 0$ и в котором происходят установившиеся колебания [2]. Как указано в работах [1, 3–5], эти колебания могут быть не только периодическими, но и стохастическими.

Важной характеристикой автоколебаний является частота включения системы регулирования. Чем она выше, тем более изнашиваются механизмы, приводящие в движение регулирующие органы, и тем менее они долговечны. Частота включения характеризуется интервалами времени $\tau_m = t_m - t_{m-1}$, где t_m — моменты переключения реле с $F = 0$ на $F = \pm 1$. В случае стохастических колебаний интервалы τ_m нерегулярны и можно говорить только о среднем времени между включениями системы регулирования $\tau_{\text{ср}} = \lim_{m \rightarrow \infty} t_m/m$. В работе [1] выяснено, что в периодических режимах частота

переключений реле существенно выше, чем в стохастических.

Задача состоит в выборе параметров $V, \Delta, \mu, \varepsilon, \gamma$, обеспечивающих в системе (7)–(11) стохастический режим с максимальным значением $\tau_{\text{ср}}$.

Систему (2)–(5), (7), (8) можно представить в виде схемы на рис. 1, б, где р.э. — релейный элемент, $W_n(s) = 1/\Phi(s)$ — передаточная функция от σ к n вида (6); $G(s)$ — передаточная функция, преобразующая n в управляющий сигнал ξ . Эта схема приводится к виду [6]

$$(-\xi) = W(s)F; \quad W(s) = (V/s)W_n(s)G(s) = \psi(s)/\varphi(s) = \left(\sum_{i=0}^{\bar{m}} a_i s^{\bar{m}-i} \right) / \left(\sum_{i=0}^{\bar{n}} b_i s^{\bar{n}-i} \right), \quad (12)$$

где $W(s)$ — передаточная функция линейной части релейной системы. Скользящий режим при $F = \text{sign } \xi$ существует, если $\bar{n} - \bar{m} = 1$ и $a_0/b_0 > 0$. Он устойчив, если все корни s_i^0 полинома $\psi(s)$ имеют $\text{Re } s_i^0 < 0$ [6].

В этом случае задача состоит в подборе передаточной функции $G(s)$ такой, что при $\xi = G(s)n$ в системе (7)—(10) возникает стохастический режим с минимальной частотой переключений реле. Решение задачи синтеза опирается на результаты, полученные в работе [5] для системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - \omega y - \alpha \sigma; \\ \dot{y} = \omega x + \alpha y - \omega \sigma; \\ \dot{\sigma} = -V F(\xi, \eta); \xi = \sigma + x_1 x + x_2 y, \end{cases} \quad (13)$$

где $x, y, \sigma \in R^1$; $\alpha, \omega, \tilde{V}, x_1, x_2 = \text{const}$; $\alpha, \omega, \tilde{V} > 0$. Для этой системы

$$W(s) = \frac{\psi(s)}{\varphi(s)} = \frac{\tilde{V}}{s} \frac{|s^2 - (2\alpha + x_1\alpha + x_2\omega)s + (1 + x_1)(\alpha^2 + \omega^2)|}{s^2 - 2\alpha s + \alpha^2 + \omega^2} = \frac{\tilde{V}(s - s_1^0)(s - s_2^0)}{s(s - s_1)(s - s_2)}. \quad (14)$$

Здесь $a_0/b_0 = \tilde{V} > 0$; $\bar{n} - \bar{m} = 1$. При $F = \text{sign } \xi$ скользящий режим устойчив, если $\text{Re } s_{1,2}^0 < 0$, т.е. параметры x_1, x_2 лежат в области $B = \{x_1, x_2: 2\Omega + x_1\Omega + x_2 < 0; 1 + x_1 > 0; \Omega = \alpha/\omega\}$, расположенной между прямыми 1, 2 на рис. 2, а.

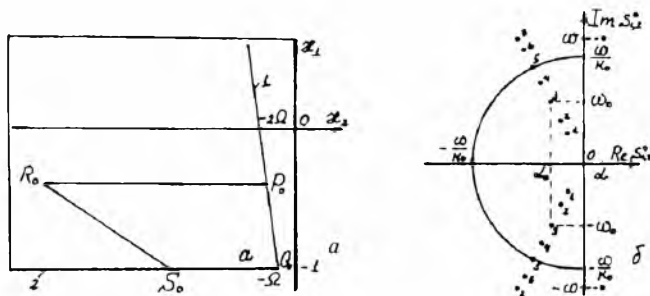
Если $x(t), y(t), \sigma(t)$ — решения системы (8), (13), то $x(t)/m, y(t)/m, \sigma(t)/m$ — решения той же системы при измененных в m раз значениях Δ и $\tilde{V}$. Поэтому при одновременном изменении в m раз Δ и $\tilde{V}$ меняется в m раз амплитуда колебаний, но их характер и $\tau_{\text{ср}}$ остаются прежними.

В работе [5] выяснено, что для возникновения хаоса в системе (8), (13) необходимо, чтобы достаточно большой была величина $\tilde{V}/\Delta$, а $|\mu|$ — достаточно малой (лучшее значение $\mu = 0$; при $\mu = \pm 1$ хаос невозможен). При этих условиях хаос с низкой частотой переключений реле возникает не при всех $(x_1, x_2) \in B$, а только при тех (x_1, x_2) , которые лежат в некоторой окрестности точки Q_0 пересечения кривых 1, 2 на рис. 2, а [5].

Описать эту окрестность проще и удобнее в плоскости корней $s_{1,2}^0$ полинома $\psi(s)$, которые связаны с (x_1, x_2) соотношениями $(2\alpha + x_1\alpha + x_2\omega) = s_1^0 + s_2^0$; $(1 + x_1)(\alpha^2 + \omega^2) = s_1^0 s_2^0$. Хаос с большими значениями $\tau_{\text{ср}}$ возникает тогда, когда корни $s_{1,2} = \alpha \pm i\omega$, определяющие нарастание колебаний в неустойчивом реакторе, находятся в определенном соотношении с корнями $s_{1,2}^0$, определяющими движения идеального скольжения, т.е. когда корни $s_{1,2}^0$ — действительные или комплексные принадлежат множеству $E(k_0)$ (полуокругу на рис. 2, б):

$$E(k_0) = [s_1^0, s_2^0; \text{Re } s_{1,2}^0 < 0; (\text{Re } s_{1,2}^0)^2 + (\text{Im } s_{1,2}^0)^2 \leq (\omega/k_0)^2; k_0(\Omega) > 1]. \quad (15)$$

Значение $k_0(\Omega) > 1$ увеличивается с ростом $\Omega = a/\omega$ ($k_0 \approx 1,15$ при $\Omega = 0,05$; $k_0 \approx 1,3$ при $\Omega = 0,1$; $k_0 \approx 1,6$ при $\Omega = 0,25$). Если же хотя бы один из корней $s_{1,2}^0$



Р и с. 2. Области стохастичности трехмерной релейной системы (8), (13) в плоскости параметров (x_1, x_2) (а) и корней $s_{1,2}^0$ полинома $\psi(s)$ (б)

лежит вне области $E(1)$, то при любых Ω , $\bar{V}/\Delta$, μ в системе (8), (13) возникают высокочастотные периодические или стохастические режимы. В плоскости (x_1, x_2) областям $E(k_0)$ соответствуют множества $\bar{E}(k_0)$, представляющие собой четырехугольник Q_0 , S_0 , R_0 , P_0 на рис. 2, а. Координаты его вершин равны $Q_0 = (-1; -\Omega)$; $S_0 = (-1; -\Omega - 1/k_0)$; $R_0 = \left[\frac{1}{k_0^2(1 + \Omega^2)} - 1; -\frac{2}{k_0} - \Omega \left(1 + \frac{1}{k_0^2(1 + \Omega^2)} \right) \right]$; $P_0 = \left[\frac{1}{k_0^2(1 + \Omega^2)} - 1; -\Omega \left(1 + \frac{1}{k_0^2(1 + \Omega^2)} \right) \right]$.

Таким образом, для обеспечения в системе (8), (13) стохастического режима с низкой частотой переключений реле следует при достаточно больших $\bar{V}/\Delta$ и малых $|\mu|$ параметры $s_{1,2}^0$ (или x_1, x_2) выбирать из области $E(k_0)$ вида (15) или $\bar{E}(k_0)$. Желасмой амплитуды колебаний можно добиться, изменяя в нужное число раз Δ и $\bar{V}$ (при $\bar{V}/\Delta = \text{const}$).

Идея синтеза управления в системе (7)–(11) состоит в выборе ξ так, чтобы установившийся режим и $\tau_{\text{ср}}$ в ней были такими же, как и в выбранной в качестве эталона системе (8), (13).

Пусть z_1, z_2 — векторы, определяющие двумерное инвариантное подпространство матрицы D^T , отвечающее собственным значениям $s_{1,2} = \alpha \pm i\omega$:

$$D^T z_1 = \alpha z_1 - \omega z_2; \quad D^T z_2 = \omega z_1 + \alpha z_2. \quad (16)$$

Обозначая $x = z_1^T z$; $y = z_2^T z$ и дифференцируя x, y в силу уравнения (10), получим

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - \omega y + e_1 \sigma, & e_1 = z_1^T \tilde{g}; \\ \dot{y} = \omega x + \alpha y + e_2 \sigma, & e_2 = z_2^T \tilde{g}. \end{cases} \quad (17)$$

Если управление (11) выбрать в виде

$$\xi = \varepsilon \sigma + \gamma^T z = \varepsilon \sigma + \tilde{x}_1 x + \tilde{x}_2 y; \quad \gamma^T = \tilde{x}_1 z_1^T + \tilde{x}_2 z_2^T, \quad (18)$$

где $\varepsilon, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2$ — произвольные числа, то подсистема (7), (8), (17), (18), являясь независимой от других переменных системы (10), будет полностью определять и характер установившихся движений, и частоту переключения реле в системе (7)–(11). В свою очередь подсистема (7), (8), (17), (18) эквивалентна системе (8), (13), если у них совпадают передаточные функции линейной части $W(s)$, т.е. при одинаковых α, ω они имеют еще и одинаковые полиномы $\psi(s)$. Приравнявая коэффициенты этих полиномов при равных степенях, получим, что системы (7), (8), (17), (18) и (8), (13) эквивалентны, если $\bar{V} = \varepsilon V$ и

$$\begin{cases} -e_1 \tilde{x}_1 - e_2 \tilde{x}_2 = \varepsilon(\alpha x_1 + \omega x_2) = \varepsilon(-2\alpha + s_1^0 + s_2^0); \\ -\tilde{x}_1(\alpha e_1 + \omega e_2) + \tilde{x}_2(\omega e_1 - \alpha e_2) = \varepsilon x_1(\alpha^2 + \omega^2) = \varepsilon(-\alpha^2 - \omega^2 + s_1^0 s_2^0). \end{cases} \quad (19)$$

Задавая (s_1^0, s_2^0) или (x_1, x_2) из областей стохастичности $E(k_0)$ или $\bar{E}(k_0)$ системы (8), (13), получим из уравнения (19) значения $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$, при которых стохастичной будет подсистема (7), (8), (17), (18), а управление (18) обеспечит стохастический режим в системе (7)–(10) с тем же значением $\tau_{\text{ср}}$, что и в выбранной в качестве эталона системе (8), (13).

Имеются эффективные численные методы определения ведущего собственного значения $s_{1,2} = \alpha \pm i\omega$ и собственных векторов $z_1 \pm iz_2$ матрицы D^T . Поэтому при заданных $D, \tilde{g}, \varepsilon, s_{1,2}^0, (x_1, x_2)$ нетрудно численно определить вектор γ вида (18).

Учитывая, что $\sigma = (\beta - a)n - \mathbf{r}^T \mathbf{z}$, и переходя в уравнениях (2), (3) к изображениям по Лапласу, получим передаточную функцию $G(s)$ от n к ξ , решающую задачу синтеза, в виде

$$\xi = [\varepsilon(\beta - a) + \sum_{i=1}^6 \frac{(\gamma_i - \varepsilon\lambda_i)\beta_i}{(s + \lambda_i)} + (\gamma_u - \varepsilon\mathbf{b})^T (sI - P)^{-1} \mathbf{d}] n = G(s)n. \quad (20)$$

Есть и другой способ определения $G(s)$ из условия равенства передаточных функций $W(s)$ систем (7)–(10) и (8), (13). Приравнявая выражения (12) и (14), получим

$$G(s) = (\tilde{V}/V) \left(\frac{(s - s_1^0)(s - s_2^0)}{s^2 - 2\alpha s + \alpha^2 + \omega^2} \right) \Phi(s);$$

$$\Phi(s) = \frac{(s^2 - 2\alpha s + \alpha^2 + \omega^2) \prod_{i=3}^{k+6} (s - s_i)(\beta - a)}{\prod_{i=1}^6 (s + \lambda_i) \prod_{i=1}^k (s - p_i)},$$

где Φ — функция (6) и ее разложение с помощью корней s_i уравнения (6) и собственных значений p_i матрицы P ($\operatorname{Re} s_i, p_i < 0$). При $\tilde{V} = V/(\beta - a)$ получим

$$G(s) = \left[(s - s_1^0)(s - s_2^0) \prod_{i=3}^{k+6} (s - s_i) \right] / \left[\prod_{i=1}^6 (s + \lambda_i) \prod_{i=1}^k (s - p_i) \right]. \quad (21)$$

Функцию (21) можно разложить на последовательно или параллельно соединенные устойчивые инерционные и колебательные звенья, соответствующие корням p_i , и с их помощью сформировать управляющий сигнал ξ , решающий задачу синтеза.

Функции $G(s)$ соответствует ее переходная функция $h(t)$ — отклик ξ на единичное возмущение $n(t) = 1(t)$. В случае уравнения (20) при $\varepsilon = 1/(\beta - a)$

$$h(t) = 1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i} \left(\gamma_i - \frac{\lambda_i}{\beta - a} \right) [1 - \exp(-\lambda_i t)] + \left(\gamma_u^T - \frac{\mathbf{b}^T}{\beta - a} \right) [\exp(Pt) - I] P^{-1} \mathbf{d}. \quad (22)$$

Если G найдена из уравнения (21), то $h(t)$ определяется как оригинал от $G(s)/s$. С помощью $h(t)$ управление ξ записывается в виде $\xi(t) = \int_0^t dh/dt (t - \tau) n(\tau) d\tau$.

Возможен приближенный способ синтеза управления. Он состоит в том, что найденная в результате процедуры синтеза функция $h(t)$ аппроксимируется более простой функцией $\bar{h}(t)$, которая является суммой заданного числа экспонент

$$\bar{h}(t) = 1 + \sum_{i=1}^m \bar{\gamma}_i [1 - \exp(-t/T_i)]; \quad T_i > 0 \quad (23)$$

или других элементарных функций. После этого при формировании ξ вместо $G(s)$ берется функция $\bar{G}(s)$, соответствующая $\bar{h}(t)$. Если $\bar{h}(t)$ достаточно точно аппроксимирует $h(t)$, то хаос и частота переключения реле, достигнутые с помощью $G(s)$, будут сохраняться и при управлении $\xi = \bar{G}(s)n$. Таким образом, приближенный способ синтеза позволяет при более простом в реализации законе обратной связи обеспечить те же параметры установившегося режима, что и при $\xi = G(s)n$.

Синтезированный хаос сохраняется при достаточно малых изменениях параметров реактора и регулятора, например, при наличии малых запаздываний в измерительном

устройстве или цепи формирования управляющего сигнала. Скомпенсировать влияние произвольных запаздываний можно путем введения дополнительных корректирующих звеньев.

Рассмотрим примеры синтеза управления. Пусть в уравнениях (1), (3)

$$\delta k = an + bu + \sigma; T\dot{u} = -u + n, \quad (24)$$

где $u \in R^1$, $a, b, T = \text{const}$; $T > 0$. При $0 < a < \beta$; $b < 0$; $a + b < 0$ реактор колебательно неустойчив, если $T > T_{\text{кр}}(a, b)$. Синтез управления проведем для $a = 0,3\beta$; $b = -\beta$; $T = 85$ с ($T_{\text{кр}} = 75$ с). В этом случае $s_{1,2} = \alpha \pm i\omega$; $\alpha = 0,003$; $\omega = 0,046$; $\Omega = 0,065$.

Рассмотрим систему (8), (13), (14) с этими α , ω и корнями $s_{1,2}^0 = \alpha_0 \pm i\omega_0$ при $\omega_0 = \omega/2$; $\alpha_0 = -\omega_0/2$ (см. точки 3 на рис. 2, б). При таком соотношении между $s_{1,2}$ и $s_{1,2}^0$ в ней при $\mu = 0$ и достаточно больших $\tilde{V}/\Delta$ ($\tilde{V}/\Delta > 0,15$ с $^{-1}$) реализуется стохастический режим с $\tau_{\text{ср}}$, близкой к максимальному значению. В результате чис-

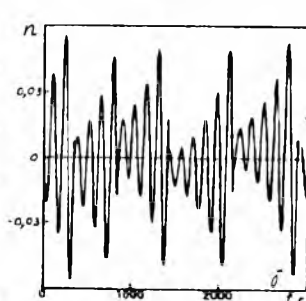
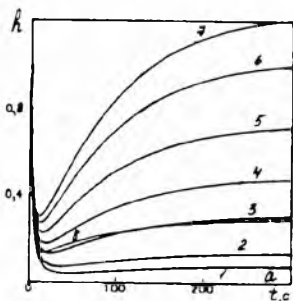
ленной процедуры синтеза получим вектор $\vec{\gamma}$ (при $\varepsilon = (\beta - a)^{-1}$: $\gamma_1 = 2,11$; $\gamma_2 = 4,86$; $\gamma_3 = 7,57$; $\gamma_4 = 7,15$; $\gamma_5 = 6,63$; $\gamma_6 = 6,49$; $\gamma_u = -1,1$. При этих γ , ε и $\mu = 0$; $V = \tilde{V}/\varepsilon$ ($V/\Delta > 0,105$ $\beta/\text{с}$) управление (7), (8), (18) обеспечит в реакторе тот же стохастический режим и то же $\tau_{\text{ср}}$, что и в выбранной эталонной системе (8), (13). Соответствующую функцию (22) определяет кривая 3 на рис. 3, а. Стохастические колебания $n(t)$ при выбранном управлении (18) показаны на рис. 3, б. Значение $\tau_{\text{ср}} \approx 480$ с. В этом и последующих примерах расчеты проведены при $V = 0,01$ $\beta/\text{с}$; $\mu = 0$; $\Delta = 0,01$.

Выбирая различные соотношения между $s_{1,2}$ и $s_{1,2}^0$, получим соответствующие γ и $h(t)$. Характер колебаний будет зависеть от того, лежат ли корни $s_{1,2}^0$ внутри или вне областей $E(k_0)$ вида (15). Функции $h(t)$, определяемые кривыми 1—7 на рис. 3, а, получены для корней $s_{1,2}^0 = \alpha_0 \pm i\omega_0$, отмеченных точками 1—7 на рис. 2, б и задаваемых соотношениями

$$\omega_0 = \omega/4; \omega_0 = \omega/3; \omega_0 = \omega/2; \omega_0 = \omega/1,6; \omega_0 = \omega/1,3; \omega_0 = \omega/1,1; \omega_0 = \omega; \\ (\alpha_0 = -\omega_0/2). \quad (25)$$

Кривые 1—5 отвечают стохастическим колебаниям со значениями $\tau_{\text{ср}} \approx 600$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 520$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 480$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 260$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 110$ с, кривые 6, 7 — периодическим режимам с $\tau_{\text{ср}} \approx 32$ с, $\tau_{\text{ср}} \approx 30$ с.

Функции $h(t)$ на рис. 3, а являются суммой семи экспонент, но их можно аппроксимировать функциями (23) при $m < 7$. Кривую 3 аппроксимирует кривая 8 — функция (23) при $m = 2$; $\bar{\gamma}_1 = -0,9$; $\bar{\gamma}_2 = 0,2$; $T_1 = 3$ с; $T_2 = 100$ с. Соответствующее



ей управление $\xi = \bar{G}(s)n$;

$$\bar{G}(s) = 1 + \sum_{i=1}^2 \bar{\gamma}_i / (T_i s + 1) \text{ приво-}$$

дит к колебаниям $n(t)$, подобным тем, что показаны на рис. 3, б, а $\tau_{\text{ср}} \approx 450$ с незначительно уменьшается по сравнению с $G(s)$ вида (20).

Р и с. 3. Переходные функции $h(t)$ (а) и стохастические колебания плотности потока нейтронов (б) для обратной связи (24)

Рассмотрим реактор с обратной связью

$$\ddot{u}_2 = -\rho\nu u_2 - \rho^2 u_1 + \rho^2 n; \dot{u}_1 = u_2; \delta k = -bu_1 + \sigma; b, \rho, \nu = \text{const}, \quad (26)$$

где $u_1, u_2 \in R^1$. При $b > 0, \nu > 0, \sigma = 0$ реактор колебательно-неустойчив, если $\rho < \rho_{\text{кр}}(b, \nu)$. Пусть $b = \beta; \nu = 0,5; \rho = 0,06$ ($\rho_{\text{кр}} = 0,18$). Тогда $s_{1,2} = \alpha \pm i\omega$; $\alpha = 0,0083; \omega = 0,1; \Omega = 0,083$. Выбирая $s_{1,2}^0 = \alpha_0 \pm i\omega_0$ так, что $\omega_0 = \omega/2$; $\alpha_0 = -\omega_0/2$, получим при $\varepsilon = 1/\beta$ вектор γ в виде $\gamma_1 = 1,42; \gamma_2 = 3,66; \gamma_3 = 10,15; \gamma_4 = 11,92; \gamma_5 = 11,02; \gamma_6 = 10,61; \gamma_u^1 = -1,11; \gamma_u^2 = 1,91$. Соответствующую функцию (22) определяет кривая 3 на рис. 4, а, а проекция хаотической траектории на плоскость u_1, u_2 показана на рис. 4, б. Величина $\tau_{\text{ср}} \approx 170$ с. Управление, рассчитанное для $b = \beta$, сохраняет хаос при $0,2\beta < b < 3\beta$.

Отметим, что один и тот же стохастический режим в эталонной системе (8), (13) может быть с помощью процедуры синтеза реализован в реакторе с любой обратной связью. Однако вид переходной и передаточной функций, реализующих в реакторе выбранный стохастический режим, существенно зависит от типа обратной связи (1), (3). В случае (26)

для корней $s_{1,2}^0 = \alpha_0 \pm i\omega_0$, отмеченных точками 1—7 на рис. 2, б и задаваемых равенствами (25), получаются $h(t)$, определяемые кривыми 1—7 на рис. 4, а. Они существенно отличаются от кривых 1—7 на рис. 3, а, соответствующих тому же соотношению между $s_{1,2}$ и $s_{1,2}^0$. Кривым 1—4 на рис. 4, а отвечают стохастические колебания с $\tau_{\text{ср}} \approx 220$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 180$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 170$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 90$ с, кривым 5, 6, 7 соответствуют периодические колебания с $\tau_{\text{ср}} \approx 40$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 15$ с; $\tau_{\text{ср}} \approx 15$ с.

В этом примере функция (20) состоит из шести инерционных звеньев и колебательного звена. Упростить $G(s)$ можно, аппроксимируя функции $h(t)$ на рис. 4, а функциями (23) при $m = 1, 2$. Кривая 8 на рис. 4, а изображает функцию (23) при $m = 1, \bar{\gamma}_1 = -0,7, T_1 = 20$ с. Использование вместо уравнения (20) управления $\xi = \left(1 - \frac{0,7}{20s + 1}\right)n$ приводит к колебаниям, подобным тем, что показаны на рис. 4, б, и незначительному уменьшению $\tau_{\text{ср}}$ до $\tau_{\text{ср}} \approx 140$ с.

Рассмотрим простейшую модель кипящего реактора

$$T \dot{u}_1 = -u_1 + n; \delta k = a_n \Delta \varphi - a_r u_1 + \sigma; \Delta \varphi = \vartheta_1 u_1 + \vartheta_2 u(t, \tau); \quad (27)$$

$$\partial u / \partial t + \partial u / \partial \eta = 0; \eta \in [0, \tau]; u(t, 0) = u_1(t); u(t, \tau) = u_1(t - \tau). \quad (28)$$

Здесь u_1 — отклонение от стационарного теплового потока к теплоносителю; T — постоянная времени прогрева топлива; a_r, a_n — коэффициенты реактивности по температуре топлива и паросодержанию; $\Delta \varphi$ — приращение среднего паросодержания в активной зоне; $\tau, \vartheta_1, \vartheta_2 = \text{const}$. При $T = 10$ с, $a_r = \beta, \tau = 60$ с, $\vartheta_1 = 0,3, \vartheta_2 = -0,15$ реактор неустойчив, если $a_n > 2,7\beta$. Пусть $a_n = 3\beta$. Тогда $s_{1,2} = \alpha \pm i\omega$; $\alpha = 0,0031; \omega = 0,037; \Omega = 0,084$. Выбирая $s_{1,2}^0 = \alpha_0 \pm i\omega_0, \omega_0 = \omega/2; \alpha_0 = -\omega_0/2$, получим при

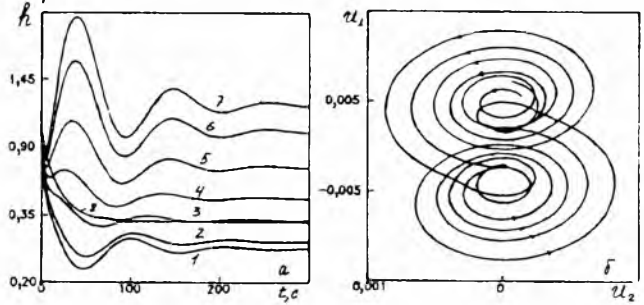
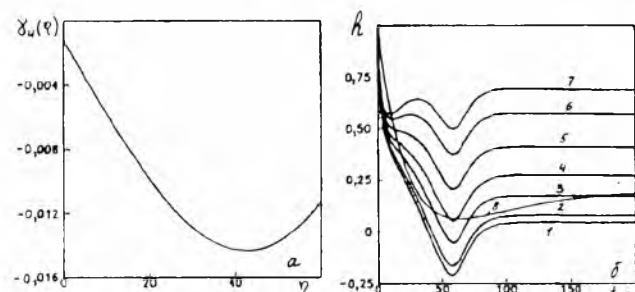


Рис. 4. Переходные функции $h(t)$ (а) и хаотическая траектория (б) для обратной связи (26)

$\varepsilon = 1/\beta$ управление (18) в виде $\xi = \varepsilon\sigma + \sum_{i=1}^6 \gamma_i c_i + \gamma_u^1 u_1 + \int_0^{\tau} \gamma_u(\eta) u(\eta) d\eta$, где

$\gamma_1 = 1,49$; $\gamma_2 = 3,2$; $\gamma_3 = 4,38$; $\gamma_4 = 4,13$; $\gamma_5 = 3,9$; $\gamma_6 = 3,84$; $\gamma_u^1 = -0,0034$, а функция $\gamma_u(\eta)$ изображена на рис. 5, а. Значения γ_i , γ_u^1 , $\gamma_u(\eta)$ получены с помощью ЭВМ после дискретизации уравнения (28) (интервал $(0, \tau)$ был разбит на 100 частей) и определения векторов z_1 , z_2 , удовлетворяющих уравнению (16), для оператора D^T вида (10). Функцию $h(t)$ определяет кривая 3 на рис. 5, б. Полученное управление приводит к колебаниям $n(t)$, подобным тем, что показаны на рис. 3, б с $\tau_{cp} \approx 480$ с. Кривая 8 на рис. 5, б аппроксимирует кривую 3 и является суммой двух экспонент (23) при $m = 2$; $\bar{\gamma}_1 = -1,8$; $\bar{\gamma}_2 = 1$; $T_1 = 25$ с; $T_2 = 50$ с. Использование соответствующей



Р и с. 5. Функция $\gamma_u(\eta)$, определяющая закон управления (а), и переходные функции $h(t)$ (б) для обратной связи (27), (28)

отвечают стохастические режимы с $\tau_{cp} \approx 600$ с; $\tau_{cp} \approx 700$ с; $\tau_{cp} \approx 480$ с; $\tau_{cp} \approx 400$ с, кривым 5—7 — периодические колебания с $\tau_{cp} \approx 120$ с; $\tau_{cp} \approx 50$ с; $\tau_{cp} \approx 40$ с.

Отметим, что для всех рассмотренных примеров использование закона управления $\xi = n$ приводит либо к высокочастотным периодическим колебаниям [$\tau_{cp} \approx 7$ с в случае уравнения (24) и $\tau_{cp} \approx 30$ с для уравнений (27), (28)], либо к хаосу, но с малым τ_{cp} [$\tau_{cp} \approx 35$ с для уравнения (26)]. Предложенная методика синтеза позволяет определить передаточную функцию от n к ξ , при которой высокочастотный режим устраняется и вместо него возникает стохастический с существенно меньшей частотой переключений реле.

В заключение отметим, что предложенный способ синтеза может быть использован при выработке закона управления не только ядерным реактором, но и любым колебательно-неустойчивым объектом, описываемым уравнениями вида (7), (10). Этот способ может быть распространен и на объекты, описываемые распределенными моделями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Постников Н.С. Стохастические колебания в ядерном реакторе с релейной системой регулирования. — Атомная энергия, 1994, т. 76, вып. 1, с. 3—11.
2. Уткин В.И. Скользящие режимы и их приложения в системах с переменной структурой. М.: Наука, 1974.
3. Постников Н.С. Стохастические колебания в системе регулирования мощности ядерного реактора. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1986, вып. 1, с. 42—51.
4. Постников Н.С. Стохастические автоколебания в релейной системе с гистерезисом. — В кн.: Прикладные проблемы теории колебаний. Межвуз. сб. науч. тр. Горьк. ун-т, 1990, с. 105—114.
5. Постников Н.С. Об установившихся движениях в трехмерной релейной системе с гистерезисом. — В кн.: Проблемы теории колебаний. Межвуз. сб. науч. тр. Нижегородск. ун-т, 1995, с. 115—143.
6. Цыпкин Я.З. Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974.