

- сы докл. VII Всес. сем. по проблемам физики реакторов «Волга-1991». М., ЦНИИАтоминформ, 1991, с. 229—230.
6. **MCNP-4A** Monte Carlo N-Particle Transport Code System. LA-12625-M, 1993.

7. **Давыдова Г.Б.** Программа расчета изотопного состава CHAIN. — В сб.: 13-й семинар по проблемам физики реакторов «Волга-2004». М., МИФИ, 2004, с. 151—153.

Поступила в Редакцию 22.05.15

УДК 621.039.51

УЧЕТ АНИЗОТРОПИИ РАССЕЯНИЯ В МНОГОГРУППОВЫХ РАСЧЕТАХ ЯЧЕЕК ТИПА ВВЭР МЕТОДОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПСЕВДОИСТОЧНИКОВ

Султанов Н.В. (НИЦ «Курчатовский ин-т», г. Москва)

В настоящее время в реакторной практике установились два расчетных подхода. Первый относится к проектным расчетам, которые позволяют для некоторого ограниченного класса задач определять реакторные характеристики с достаточной точностью за короткое время. Бенчмарк-расчеты относятся к второй группе. Здесь точность результатов ограничивается только неопределенностями знания микросечений. Однако эти расчеты требуют большого времени и поэтому используются для оценки точности проектных кодов в некотором числе состояний. Для этого подхода непросто анализировать даже промежуточные (интерполяция), в частности, состояния за пределами бенчмарк-расчетов (экстраполяция). Предпочтительнее применять последовательный подход с использованием методов, в которых начальное число приближений удовлетворяет требованиям проектных расчетов, результаты — бенчмарк-расчетам. Такой подход есть и развивается группой исследователей. Первым является метод поверхностных псевдоисточников, который применяется для расчета характеристик ячеек, вторым — метод поверхностных гармоник, используемый для расчета как кассет, так и крупносеточного расчета реактора в целом. В настоящей работе разработана методика учета анизотропии рассеяния в методе поверхностных псевдоисточников для уточнения многогрупповых расчетов одномерных (приближение Вигнера—Зейца) и двумерных цилиндрических ячеек, находящихся в сильно неоднородных нейтронных полях.

В многогрупповых расчетах цилиндрических ячеек ядерных реакторов анизотропия рассеяния почти всегда учитывается в транспортном приближении, которое позволяет решать уравнение переноса нейтронов в изотропном

приближении с соответствующей корректировкой сечений рассеяния [1]. Линейно-анизотропное приближение в одnogрупповом случае усложняет расчеты, что влечет за собой увеличение времени. Метод поверхностных псевдоисточников позволяет этого избежать, так как в нем анизотропия рассеяния может быть учтена достаточно просто. В настоящее время в связи с ростом мощностей вычислительной техники анизотропия рассеяния стала учитываться [2, 3]. Так, в работе [3], использующей метод вероятностей прохождения, различие $K_{эф}$ в многогрупповых расчетах кассет ВВЭР-1000 и сборок ZR-6 между транспортным и анизотропным приближением достигает 0,5—0,7%, отличие линейно-анизотропного приближения от точного $K_{эф}$ составляет меньше 0,25%. Но при этом необходимо большое время расчета, что затрудняет оперативный инженерный расчет. В настоящей статье предлагается многогрупповые расчеты ячеек проводить сначала с учетом анизотропии рассеяния с использованием метода поверхностных псевдоисточников, затем в малогрупповом приближении рассчитывать кассеты и реактор в целом методом поверхностных гармоник [4]. При таком подходе время расчета с учетом анизотропии рассеяния будет мало отличаться от времени транспортного приближения. Преимущества данного подхода перед другими как дифференциальными (методы сферических гармоник в P_N -приближении, дискретных ординат в S_N -приближении, характеристик и др.), так и интегральными методами (метод вероятности первых столкновений) приведены в работе [5].

Метод расщепления оператора для решения уравнения переноса нейтрона с анизотропным рассеянием. Решается многогрупповое уравнение переноса нейтронов внутри

цилиндрически симметричной ячейки с индикатрисой рассеяния, разложенной по полиномам Лежандра, вида

$$\begin{aligned} \Omega \nabla \Psi_g(r, \Omega) + \Sigma_{tg}(r) \Psi_g(r, \Omega) = \\ = \sum_{g'=1}^G \int_{\Omega'} \Sigma_{sg \leftarrow g'}(\Omega \Omega') \Psi_{g'}(r, \Omega') d\Omega' + \\ + \frac{\chi_g(r)}{K_\infty} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'} \Psi_{g'0}(r), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Sigma_{sg \leftarrow g'}(\Omega \Omega') = \sum_{p=0}^P \frac{2p+1}{2\pi(1+\delta_{p0})} \Sigma_{sg \leftarrow g'p} \times$
 $\times \sum_{k=0}^p \frac{(p-k)!}{(p+k)!} P_p^k(\mu) P_p^k(\mu') \cos k(\alpha - \alpha'); \mu = (\Omega \mathbf{r}/r),$
 $\mu' = (\Omega' \mathbf{r}/r)$ — косинус соответствующих углов;
 α, α' — азимутальный угол, определяющий направление векторов Ω и Ω' соответственно;
 $P_p^k(\mu)$ — присоединенные полиномы Лежандра.

Для решения многогруппового уравнения переноса нейтронов (1) применен метод расщепления оператора, который хорошо зарекомендовал себя в случае изотропного рассеяния [6] и суть которого сводится к представлению уравнения (1) в виде системы

$$\begin{cases} \Omega \nabla \Psi_g(r, \Omega) + \Sigma_{tg}(r) \Psi_g(r, \Omega) = \\ = S_1(r, \Omega) + S_g(r, \Omega); \\ S_g(r, \Omega) = S'_g(r, \Omega) + \frac{\chi_g(r)}{K_\infty} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'} \Psi_{g'0}(r), \end{cases} \quad (2)$$

где $S_1(r, \Omega) = \sum_{p=0}^P (2p+1)(1+\delta_{0p}) \Sigma_{sgp} \sum_{k=0}^p \frac{(p-k)!}{(p+k)!} \times$
 $\times \Psi_{gpk}(r) Y_p^k(\Omega); \quad S'_g(r, \Omega) = \sum_{p=0}^P (2p+1)(1+\delta_{p0}) \times$
 $\times \sum_{k=0}^p \frac{(p-k)!}{(p+k)!} \left[\sum_{g'=1}^G \Sigma_{sg \leftarrow g'pk} \Psi_{g'pk}(r) - \Sigma_{sgpk}(r) \Psi_{gpk}(r) \right] \times$
 $\times Y_p^k(\Omega).$

Из системы уравнений (2) видно, что первое уравнение ответственно за пространственно-угловую часть задачи (групповой индекс в этом уравнении входит как параметр, поэтому все одногрупповые уравнения можно решать отдельно). Второе уравнение ответственно за переход нейтронов из одной группы в другую за счет упругого изотропного и анизотропного рассеяний и за счет ядер делящихся элементов в

топливной зоне. Таким образом, задача расщепилась на две относительно самостоятельные части, которые можно решать отдельно.

Начнем со второго уравнения системы (2). Источники $S_g(r, \Omega)$ разлагаются по сферическим гармоникам $Y_p^k(\Omega)$ и финитным функциям $\Phi_{jpk}^z(r)$, которые отличны от нуля только внутри данной зоны z и по которым будут разложены угловые моменты функций распределения $\Psi_{gpk}(r)$. Далее умножим второе уравнение (2) на $\Phi_{jpk}^z(r) Y_p^k(\Omega)$, проинтегрируем по объему зоны z и всем направлениям Ω и получим

$$\begin{aligned} S_{gpkj}^z = \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sg \leftarrow g'pk} \Psi_{g'pkj}^z - \Sigma_{sgpk} \Psi_{gpkj}^z + \\ + \frac{\delta_{p,0} \chi_g}{K_\infty} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'} \Psi_{g'00j}^z, \end{aligned} \quad (3)$$

где $S_{gpkj}^z = \int \int_{\Omega} S_g(r, \Omega) \Phi_{jpk}^z(r, \Omega) dv d\Omega / \int \int_{\Omega} \times$
 $\times [\Phi_{jpk}^z(r, \Omega)]^2 dv d\Omega; \quad \Psi_{gpkj}^z = \int \int_{\Omega} \Psi_{gpk}(r) \Phi_{jpk}^z(r) \times$
 $\times dr / \int \int_{\Omega} [\Phi_{jpk}^z(r)]^2 dr.$

Для получения дальнейших пространственных зависимостей S_{gpkj}^z от Ψ_{gpkj}^z воспользуемся первым уравнением системы (2), которое решается методом поверхностных псевдоисточников и которое после подстановки в него разложения источника (3) примет вид

$$\begin{aligned} \Psi_{gpkj}^z(r, \Omega) = \sum_{j'=1}^J S_{gpkj'}^z \int_{\Omega'} \Phi_{j'pk}^z(r') G_{pk}^z(r, \Omega/r') dv' + \\ + \int \int_{\Omega_s} g_s^z(r'_s, \Omega') G^z(r\Omega/r'_s, \Omega) dr'_s d\Omega'. \end{aligned} \quad (4)$$

Умножим уравнение (4) на $\Phi_{jpk}^z(r) Y_p^k(\Omega)$, проинтегрируем по объему зоны z и Ω и получим уравнение связи пространственных моментов Ψ_{gpkj}^z и $S_{gpkj'}^z$ в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{gpkj}^z = \sum_{j'=1}^J S_{gpkj'}^z \int \int_{\Omega'} \Phi_{j'pk}^z(r') G_{pk}^{zpk}(r/r') \Phi_{jp'k'}^z(r') dv dv' + \\ + \int \int \int_{\Omega_s} g_s^z(r'_s, \Omega') G^{zpk}(r/r'_s, \Omega') \Phi_{jpk}^z(r) d\Omega' dr'_s dv. \end{aligned} \quad (5)$$

Для исключения из уравнения (5) поверхностных псевдоисточников воспользуемся ре-

шением одногрупповой задачи методом поверхностных псевдоисточников в G_N -приближении с источником нейтронов, разложенным в ряд. Тогда будем иметь зависимость всех поверхностных псевдоисточников ячейки от всех источников той же ячейки

$$\mathbf{g} = H\mathbf{S}. \quad (6)$$

Подставляя зависимость (6) в уравнение (5), получим необходимую связь между пространственными моментами функции распределения Ψ_{gpkj}^z и источников нейтронов S_{gpkj}^z в матрично-векторном виде

$$\Psi = H'S. \quad (7)$$

Пространственно-энергетическая часть задачи. Бесконечный коэффициент размножения K_∞ ищем методом итераций по источнику. Для этого выделим в уравнении (7) часть источника, связанную с нейтронами деления, в виде

$$\Psi^{(n)} = H'S^{(n)} + 1/K_\infty^{(n-1)} H'\chi^{(n-1)}, \quad (8)$$

$$\text{где } \{S\}_{gpkj}^z = \sum_{g'=1}^G \sum_{sg \leftarrow g'pk} \Psi_{g'pkj}^z - \sum_{sgpk} \Psi_{gpkj}^z; \quad \{\chi\}_{gpkj}^z = \delta_{p0} \delta_{k0} \chi_g^z \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'}^z \Psi_{g'00j}^z.$$

Выражение (8) есть краткая запись n -го цикла итерационного процесса по определению K_∞ .

Для решения системы уравнений в области замедления, где матрица переходов нейтронов имеет треугольный вид, использован способ последовательного решения, состоящий в следующем. Так как в источник нейтронов $\mathbf{S}$ входят в группе g неизвестные пространственные моменты функции распределения Ψ_{gpkj}^z , то представим вектор $\mathbf{S}$ в виде

$$\{S\}_{gpkj}^z = (\Sigma_{sg \leftarrow gpk}^z - \Sigma_{gpk}^z) \Psi_{gpkj}^z + \sum_{g'=1}^{g-1} \Sigma_{sg \leftarrow g'pk}^z \Psi_{g'pkj}^z. \quad (9)$$

С учетом выражения (9) перепишем уравнение (8) в виде

$$(E - H'\Sigma'_{spk})\Psi = HS_1, \quad (10)$$

$$\text{где } \{\Sigma'_{spk}\}_{gg'}^z = (\Sigma_{sg \leftarrow gpk}^z - \Sigma_{gpk}^z); \quad \{S_1\}_{gpkj}^z = \sum_{g'=1}^{g-1} \Sigma_{sg \leftarrow g'pk}^z \times \Psi_{g'pkj}^z + \chi_g^z \delta_{p0} \delta_{k0} / K_\infty^{(n-1)} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'}^z \Psi_{g'00j}^z.$$

Решая уравнение (10) относительно вектора Ψ , получим зависимость

$$\Psi = (E - H'\Sigma'_{spk})^{-1} HS_1 \equiv H'_1 S_1.$$

Матрицу H'_1 достаточно рассчитать один раз в нулевой итерации.

В области термализации нейтронов, где матрица переходов нейтронов полная, система групповых уравнений решается прямым обращением матричного уравнения относительно вектора Ψ , для чего в уравнение (7) подставим выражение (3) и после некоторых преобразований получим

$$(\Sigma_s - H'^{-1})\Psi = -S_1, \quad (11)$$

$$\text{где } \{\Sigma_s\}_{gg'} = \Sigma_{sg \leftarrow gpk} - \Sigma_{sgpk} \delta_{gg'}; \quad \{S_1\}_{gpkj}^z = \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sg \leftarrow g'pk} \times \Psi_{g'pkj}^z + \chi_g^z \delta_{p0} \delta_{k0} / K_\infty \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{fg'}^z \Psi_{g'00j}^z.$$

Решая уравнение (11), запишем

$$\Psi = (\Sigma_s - H'^{-1})^{-1} (-S_1). \quad (12)$$

Обратную матрицу в уравнении (12) получаем один раз в первой итерации. Если обращать матрицу в уравнении (11) неудобно, то в программе уравнение (11) может решаться итерационным способом.

Одногрупповой расчет многозонной цилиндрической ячейки методом матричной факторизации в методе поверхностных псевдоисточников с учетом анизотропии рассеяния. Функция распределения $\Psi^z(r, \Omega)$ в методе поверхностных псевдоисточников в G_N -приближении в зоне z с изотропным и анизотропным источниками имеет вид

$$\Psi^z(r, \Omega) = \sum_{pk} \sum_{nm} S_{pk}^z G_{pk}^{znm}(r) Y_n^m(\Omega) + \sum_{j=1}^J \sum_{nm} \sum_{n'm'} g_{n'm'}^{zj} G_{n'm'}^{znm}(r/r_j) Y_n^m(\Omega). \quad (13)$$

Приравнявая угловые моменты функции распределения вида (13) на границе между первой и второй зоной, получим матрично-векторное уравнение

$$A_1 \mathbf{g}_1 = A_{23} \mathbf{g}_{23} + B^1 (S_{pk}^1, S_{pk}^2), \quad (14)$$

$$\text{где } A_{23} = [G_{n'm'}^{nm}(r_2/r_2'), G_{n'm'}^{nm}(r_2/r_3)]; \quad A_1 = [G_{n'm'}^{nm}(r_1/r_1)];$$

$$B^1 = [-S_{pk}^{1nm}, S_{pk}^{2nm}]; \quad g_{kl} = \begin{bmatrix} g_{n'm'}^k \\ g_{n'm'}^l \end{bmatrix}.$$

Для применения метода матричной факторизации преобразуем уравнение (14) к виду

$$A_{12}\mathbf{g}_{12} = A_3\mathbf{g}_3 + B^1(\mathbf{S}_{pk}^1, \mathbf{S}_{pk}^2), \quad (15)$$

$$\text{где } A_{12} = [G_{n'm'}^{nm}(r_1/r_1'), -G_{n'm'}^{nm}(r_2/r_2')]; \quad A_3 = [G_{n'm'}^{nm}(r_2/r_3')].$$

Решая уравнение (15) относительно вектора $\mathbf{g}_{12}$, получим

$$\mathbf{g}_{12} = A_{12}^{-1}A_3\mathbf{g}_3 + A_{12}^{-1}B^1(\mathbf{S}_{pk}^1, \mathbf{S}_{pk}^2). \quad (16)$$

Далее приравняем угловые моменты функции распределения нейтронов (13) на границе между второй и третьей зоной и получим матрично-векторное уравнение

$$D_{23}\mathbf{g}_{23} = A_{45}\mathbf{g}_{45} + B^2(\mathbf{S}_{pk}^2, \mathbf{S}_{pk}^3), \quad (17)$$

$$\text{где } D_{23} = [G_{n'm'}^{nm}(r_3/r_2'), G_{n'm'}^{nm}(r_3/r_3')]; \quad B^2 = [0, -S_{pk}^{2nm}, S_{pk}^{3nm}].$$

Подставим выражение $\mathbf{g}_2$ из уравнения (16) в уравнение (17), получим уравнение

$$F_3\mathbf{g}_3 = A_{45}\mathbf{g}_{45} + B_1^2(\mathbf{S}_{pk}^1, \mathbf{S}_{pk}^2, \mathbf{S}_{pk}^3), \quad (18)$$

$$\text{где } F_3 = D_3[A_{12}^{-1}A_3]_2 + D_3; \quad [A_{12}^{-1}A_3]_2 \text{ — нижняя половина матрицы } A_{12}^{-1}A_3; \quad B_1^2(\mathbf{S}_{pk}^1, \mathbf{S}_{pk}^2, \mathbf{S}_{pk}^3) = -[D_{23}]_2[A_{12}^{-1}B^1(\mathbf{S}_{pk}^1, \mathbf{S}_{pk}^2)]_2 + B_1^2(\mathbf{S}_{pk}^2, \mathbf{S}_{pk}^3).$$

Таким образом, получили уравнение (18), по внешнему виду совпадающее с уравнением (14). Продолжим решение аналогичным образом дальше: переходим к следующей зоне ячейки и т.д. На внешней границе ячейки получим уравнение

$$F_s\mathbf{g}_s = B_1^z(\mathbf{S}_{pk}^1, \mathbf{S}_{pk}^2, \dots, \mathbf{S}^z) + \text{сиг}, \quad (19)$$

где $\mathbf{g}_s$ — антисимметричный псевдоисточник, создающий на внешней поверхности ячейки изотропное отражение нейтронов; сиг — ток нейтронов, втекающих в ячейку.

Уравнение (19) содержит столько уравнений, сколько неизвестных. Решая его, определяем неизвестный вектор $\mathbf{g}_s$. Далее по рекуррентным формулам типа (16) находим все остальные угловые моменты поверхностных псевдоисточников. В результате этого решения определяем зависимость всех угловых моментов поверхностных псевдоисточников от всех источников нейтронов S_{pk}^z в ячейке в виде

$$\mathbf{g} = H\mathbf{S}, \quad (20)$$

$$\text{где } \mathbf{g} = \{g_{nm}^z\}; \quad \mathbf{S} = \left\{ \begin{matrix} S_{pk}^z \\ \text{сиг} \end{matrix} \right\}; \quad H \text{ — матрица комбинаций угловых моментов функции Грина. Уравнение (20) совпадает с уравнением (5).}$$

Реализация метода расщепления оператора для цилиндрической геометрии. Определим явный вид функций $\phi_{jpk}^z(r)$ [см. уравнение (3)], по которым раскладывается нулевой и первый угловые моменты функции распределения, следовательно, и функция источника $S_g(r, \Omega)$. Как видно из формулы (4), нулевой и первый угловые моменты функции распределения $\Psi^z(r, \Omega)$ определяются нулевым и первым угловыми моментами функции Грина соответственно.

В асимптотическом приближении, когда в интеграле функции Грина оставлен в рассмотрении только один асимптотический член ее разложения по элементарным функциям (т.е. интеграл равен нулю), нулевой угловой момент функции распределения можно аппроксимировать следующим образом:

$$\Psi_{00}(r) \sim A_0 I_0(r/L) + B_0 K_0(r/L) \sim A_0' + A_0' r^2 + B_0' \ln r;$$

первый угловой момент функции распределения — в виде

$$\Psi_{10}(r) \sim A_1 I_1(r/L) + B_1 K_1(r/L) \sim A_1' r + B_1'/r.$$

Таким образом, для аппроксимаций удобно использовать набор из простых функций $\phi_{jpk}^z(r)$: $A, r^2, \ln r, r, 1/r$. По этим же функциям будет разлагаться и плотность источника.

Угловые моменты функции Грина от изотропных и линейно-анизотропных источников нейтронов. Рассмотрим подробнее в выражении для $\Psi^z(r, \Omega)$ [см. формулу (4)] часть, связанную с объемными источниками нейтронов:

$$\sum_{nmpk} \int_V S_{pk}^z(r') G_{pk}^{znm}(r/r') dr' Y_n^m(\Omega). \quad (21)$$

Продолжим функцию источника нейтронов (21) $S_{pk}^z(r)$, определенную в зоне z , на все пространство естественным образом. Тогда объемный источник (21) примет вид

$$\begin{aligned} \sum_{nmpk} \sum_j S_{jpk}^z \int_V \varphi_{jpk}(r') G_{pk}^{znm}(r/r') dr' Y_n^m(\Omega) = \\ = \sum_{nmpk} \sum_j S_{jpk}^z \int_0^\infty 2\pi r' \varphi_{jpk}(r') G_{pk}^{znm}(r/r') dr'. \end{aligned}$$

Так как функция Грина $G_{pk}^{znm}(r/r')$ в выражении (21) скачкообразно изменяется в точке $r = r'$, необходимо взять следующие интегралы:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \varphi_j(r') r' G_{pk}^{znm}(r/r') dr' = \int_0^r \varphi_j(r') r' G_{pk}^{znm}(r/r') dr' + \\ + \int_r^\infty \varphi_j(r') r' G_{pk}^{znm}(r/r') dr'. \end{aligned}$$

В случае цилиндрически-симметричной геометрии аппроксимирующую функцию представим в виде $AY_1^0(\Omega)$. Тогда потребуется взять интегралы

$$\int_0^r r I_1(r/v) dr + \int_r^\infty r K_1(r/v) dr.$$

После взятия этих интегралов по частям с использованием формул интегрирования функций $I_n(x)$ и $K_n(x)$ [7] получаем

$$\begin{aligned} \int_0^x x' I_1(x') dx' = x \sqrt{\pi} \Gamma(1,5) [I_0(x) L_1(x) - I_1(x) L_0(x)]; \\ \int_x^\infty x' K_1(x') dx' = -x \sqrt{\pi} \Gamma(1,5) [K_1(x) L_0(x) + \\ + K_0(x) L_1(x)], \end{aligned} \quad (22)$$

где $L_n(x)$ — модифицированная функция Струве [7]; $x = r\Sigma/v$.

Используя свойство линейности уравнения переноса нейтронов, запишем угловые моменты функции Грина от каждой части линейно-анизотропного источника (22).

Угловые моменты функции Грина от линейной составляющей r линейно-анизотропного источника нейтронов имеют вид

$$\begin{aligned} \int_V \int_{4\pi} r' G_{10}^z(r, \Omega/r', \alpha') dr' d\alpha' = \sum_{nm} Y_n^m(\Omega) \times \\ \times \int_V \frac{A_n^0(v) A_1^0(v) [F_{m,0}^n(x) \Phi_1(x) - \Phi_{m,0}^n(x) F_1(x)]}{vN(v, 0)} dv, \end{aligned}$$

где $\Phi_1(x) = x \sqrt{\pi} \Gamma(1,5) [I_0(x) L_1(x) - I_1(x) L_0(x)];$
 $F_1(x) = x \sqrt{\pi} \Gamma(1,5) [K_1(x) L_0(x) + K_0(x) L_1(x)];$
 $x = r\Sigma/v$.

Пространственные моменты функции распределения в методе поверхностных псевдоисточников. Далее переходим к расчету пространственных моментов функции распределения нейтронов в методе поверхностных псевдоисточников [см. формулу (4)]. Для этого необходимо взять соответствующие моменты от части, связанной с объемными источниками нейтронов:

$$\int_{V'} \int_V \varphi_{jpk}^z(r) G_{pk}^{zpk}(r/r') \varphi_{j'p'k'}^z(r') dV dV',$$

где интегрирование по V' проводится по бесконечному пространству и выполнено ранее; V — объем зоны z ; φ_{jpk}^z — одна из аппроксимирующих функций, и части, связанной с поверхностными источниками нейтронов:

$$\int_V \int_S \int_{\Omega'} g_{sg}^z(r_s, \Omega') G^{zpk}(r/r_s, \Omega') \varphi_{jpk}^z(r) d\Omega' dr_s dr.$$

Запишем пространственные функции распределения, связанные с линейно-анизотропными объемными источниками нейтронов, в явном виде. Сначала возьмем интегралы по объему зоны z и направлениям Ω , получим для линейно-анизотропного источника вида μr выражение

$$-2\pi\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \int_v \frac{v A_0^0(v) A_1^0(v)}{\Sigma^2 N(v, 0)} \int_{\rho_1}^{v_2} L_0\left(\frac{\rho\Sigma}{v}\right) \rho d\rho dv. \quad (23)$$

При взятии интеграла (23) были использованы соотношения $I_1(z)K_0(z) + K_1(z)I_0(z) = 1/z$.

Возьмем пространственный момент по функции $\varphi_1(r, \alpha) = \mu r$ от объемной части функции распределения, получим для линейно-анизотропного источника вида μr выражение

$$2\pi\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \int_v \frac{v A_1^0(v) A_1^0(v)}{\Sigma^2 N(v, 0)} \int_{\rho_1}^{v_2} L_1\left(\frac{\rho\Sigma}{v}\right) \rho d\rho dv.$$

Перейдем теперь к расчету пространственных моментов части функции распределения, связанной с поверхностными псевдоисточниками. Для этого были взяты интегралы от функции Грина с функцией $\varphi_1(r, \mu) = \mu r$:

$$\int_{r_1}^{r_2} \Phi_1(r') r' G_{n'm'}^{10}(r, \Omega/r') dr' = \sum_{n'm'} Y_{n'm'}(\Omega) \frac{4}{r_2^4 - r_1^4} \times$$

$$\times \begin{cases} \int_v \frac{A_n^0(v) A_1^0(v) \Phi_{m'0}^{n'}(r'/v) F_2(r_1, r_2)}{N(v, 0)} dv, \dots, r' \leq r_1 < r_2; \\ \int_v \frac{A_n^0(v) A_1^0(v) F_{m'0}^{n'}(r'/v) \Phi_2(r_1, r_2)}{N(v, 0)} dv, \dots, r' \geq r_2 > r_1, \end{cases}$$

где $F_2(r_1, r_2) = [r_1^2 K_2(r_1/v) - r_2^2 K_2(r_2/v)]$;

$\Phi_2(r_1, r_2) = [r_2^2 I_2(r_2/v) - r_1^2 I_2(r_1/v)]$.

Влияние учета анизотропии рассеяния на малогрупповые характеристики ячеек. Описанная методика была реализована в опции РАЦИЯ для расчета одномерных цилиндрических ячеек [8, 9]. Все ячейки рассчитывали в 69-групповом приближении в $\tilde{G}_1$ -, G_3 -приближении с граничным условием изотропного отражения.

Ячейка ВВЭР-1000 с урановым топливом. Типичная ячейка ВВЭР-1000 с обогащением топлива 4,4% была рассчитана для комнатной (300 К) и номинальной (температура топлива, покрытия, воды равна 900, 594, 579 К соответственно) температуры. Отличие K_∞ между транспортным и линейно-анизотропным приближением $\leq 0,1\%$, что согласуется с результатами работы [3].

Ячейка ВВЭР-1000 со смешанным уран-плутониевым топливом. Рассматривалась типичная ячейка ВВЭР-1000 с обогащением топлива из $UO_2 + PuO_2$ 7% (содержание $^{239,240,241,242}Pu$ 61,3, 23,9, 9,6, 5,2% соответственно). Различие

K_∞ , рассчитанного в транспортном и линейно-анизотропном приближениях, до 0,4% связано с наличием в топливе значительного (23,9%) количества ^{240}Pu с широким резонансом поглощения при 1 эВ (табл. 1). Большое поглощение в области резонанса ^{240}Pu приводит к большому градиенту потока в этой энергетической области, следовательно, к значительному току нейтронов и ощутимому второму угловому моменту функции распределения в замедлителе, что в конечном итоге приводит к значительному влиянию анизотропии рассеяния на характеристики ячеек, в частности, на K_∞ . Отметим, что различие средних по всей ячейке сечений поглощения и размножения, полученных в транспортном и линейно-анизотропном приближениях, в третьей и четвертой группах стандартного четырехгруппового приближения составляет 0,7, 0,4 и 0,9, 0,9% соответственно.

Суперъячейка ВВЭР-1000 с пэлом. Ячейка ВВЭР-1000 с пэлом обычно рассчитывается в приближении суперъячейки. Для приближенной оценки максимального влияния анизотропии рассеяния на интегральные характеристики ячеек с пэлом рассматривалась суперъячейка следующей конструкции. В центре цилиндрической суперъячейки расположена сама ячейка ВВЭР-1000 с пэлом. Ее окружают шесть ячеек ВВЭР-1000 с топливом, которые представляются в виде двух зон: непосредственно за ячейкой с пэлом располагается цилиндрическая зона с водой, далее цилиндрическая зона с топливом. Площадь этих двух внешних цилиндрических зон определяется из условия равенства площа-

Таблица 1. K_∞ для ячейки ВВЭР-1000 со смешанным уран-плутониевым топливом (обогащение 7%)

Приближение	Плотность воды, г/см ³						
	0,01	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
Транспортное:							
$\tilde{G}_1^*$	0,9124	0,9938 (0,1)	1,0427 (0,2)	1,1070 (0,3)	1,1671 (0,4)	1,2177 (0,4)	1,2394 (0,4)
G_3^*	0,9124	0,9953 (0,1)	1,0453 (0,2)	1,1099 (0,3)	1,1692 (0,4)	1,2192 (0,4)	1,2407 (0,4)
Линейно-анизотропное:							
$\tilde{G}_1$	0,9124	0,9938	1,0405	1,1037	1,1629	1,2129	1,2343
G_3	0,9124	0,9946	1,0432	1,1062	1,1649	1,2145	1,2357

*В скобках указано процентное отличие данного G_N -приближения от такого же G_N -приближения линейно-анизотропного случая. Такие же процентные отличия приведены в табл. 2.

Таблица 2. K_{∞} для суперъядчейки ВВЭР-1000 с пэлом

Приближение	Плотность воды, г/см ³						
	0,01	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
Транспортное:							
$\tilde{G}_1$	0,5154	0,5028 (–0,2)	0,4907 (–0,9)	0,4933 (–1,1)	0,5051 (–1,1)	0,5224 (–0,9)	0,5323 (–0,8)
G_3	0,5171	0,5072 (0,4)	0,4991 (0,5)	0,5045 (1,0)	0,5180 (1,5)	0,5362 (2,0)	0,5463 (2,3)
Линейно-анизотропное:							
$\tilde{G}_1$	0,5155	0,5038	0,4952	0,4989	0,5107	0,5273	0,5367
G_3	0,5170	0,5054	0,4964	0,4995	0,5103	0,5257	0,5345

дей сумме площадей всех шести ячеек. Температура всех материалов 300 К. Различие K_{∞} , рассчитанного в транспортном и линейно-анизотропном приближениях, увеличивается до 2,3%, что качественно согласуется с результатами работы [3] (табл. 2). Отметим, что различие средних по всей ячейке сечений поглощения, полученных в транспортном и линейно-анизотропном приближениях, в третьей и четвертой группах стандартного четырехгруппового приближения составляет 4 и 3,7% соответственно.

Заключение. В настоящей работе описанная методика учета анизотропии рассеяния в многогрупповых расчетах одномерных и двумерных [10] цилиндрических ячеек ядерных реакторов реализована в линейно-анизотропном приближении в опции РАЦИЯ программ WIMS-SH-2.0 [8] и SVL [9]. Сравнение результатов расчетов типичных ячеек ВВЭР-1000 с уран-плутониевым топливом и суперъядчейки с пэлом в транспортном и линейно-анизотропном приближениях показывает значительное уточнение средних по ячейке малогрупповых сечений поглощения и размножения в линейно-анизотропном приближении, которые приводят к расчету уточненного K_{∞} ячеек, кассет и реактора в целом.

Автор выражает благодарность Н.И. Лалетину за полезные советы и замечания. Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 13-01-00398.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лалетин Н.И., Султанов Н.В., Бояринов В.Ф. Учет анизотропии рассеяния в методе поверхностных псев-

доисточников при расчете ячеек реакторов. — Атомная энергия, 1992, т. 72, вып. 6, с. 547—554.

2. Гуревич М.И., Калугин М.А., Прянишников А.В. и др. Алгоритмы расчета компонентов транспортного тензора в обобщенном методе вероятностей первых столкновений. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2009, вып. 2, с. 3—10.
3. Рубин И.Е., Днепровская Н.М. Многогрупповые расчеты критических и тепловыделяющих сборок с учетом анизотропии рассеяния. — Атомная энергия, 2005, т. 99, вып. 1, с. 8—13.
4. Laletin N.I., Kovalishin A.A., Sultanov N.V., Laletin M.N. Complex SVS for neutron physical calculations in uranium water reactors. — In: Proc. of an Intern. Conf. on Mathematics and Computations, Supercomputing, Reactor Physics and Nuclear and Biological Applications. Avignon, France, September 12—15, 2005, CD № 263.
5. Лалетин Н.И. Сравнение метода поверхностных псевдоисточников (G_N -приближения) с другими методами численного решения уравнения переноса нейтронов. — Мат. моделирование, 1993, т. 5, № 9, с. 111—124.
6. Султанов Н.В. Многогрупповой расчет цилиндрических ячеек с сильнопоглощающими кольцевыми зонами методом поверхностных псевдоисточников. — Атомная энергия, 1985, т. 58, вып. 6, с. 410—413.
7. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974, т. 2.
8. Sultanov N.V., Laletin N.I. WIMS-SH-2.0 complex of codes: complementary capability. — In: Proc. of an Intern. Conf. on Mathematics and Computations, Reactor Physics, and Environmental Analyses. Portland, USA, April 30—May 4, 1995, p. 1174—1179.
9. Ковалишин А.А., Лалетин Н.И., Султанов Н.В., Лалетин М.Н. Нейтронно-физический решетчатый код SVL. — В сб.: Нейтроника-2004: нейтронно-физические проблемы атомной энергетики. Обнинск, ФЭИ, 26—29 октября 2004, с. 67—81.
10. Султанов Н.В. Влияние граничных условий в многогрупповых расчетах ячеек реакторов со смешанным оксидным топливом. — Атомная энергия, 1998, т. 85, вып. 3, с. 186—193.

Поступила в Редакцию 29.05.15