

УДК 621.039.51

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЯЧЕЙКИ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА В ЛИНЕЙНО-АНИЗОТРОПНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ОБОБЩЕННЫМ МЕТОДОМ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПЕРВЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Повещенко Т.С. (НИЦ «Курчатовский ин-т», г. Москва)

Анализ учета влияния анизотропии рассеяния на характеристики ячейки ядерного реактора показал, что транспортное приближение не обеспечивает хорошую точность, особенно аксиального коэффициента диффузии реактора [1—3]. Метод вероятностей первых столкновений — детерминистический метод решения уравнения переноса нейтронов, основанный на интегральной форме уравнения переноса для скалярных потоков. Его недостатком является большое число дроблений в каждой однородной зоне гетерогенной ячейки для получения точного решения. При этом размер матрицы возрастает как N^2 , где N — число дроблений во всей гетерогенной ячейке. Кроме того, при численном интегрировании в этом случае возникают ошибки конечных разностей.

В обобщенном методе вероятностей первых столкновений эти недостатки устранены. В нем не используется основное приближение плоского потока в пределах каждой однородной зоны, на которые разбита гетерогенная ячейка, применяется разложение потока по системе ортогональных полиномов. При такой аппроксимации потока решение интегрального уравнения также сводится к решению линейной системы уравнений. Коэффициенты этой системы естественно назвать обобщенными вероятностями первых столкновений. При этом число дополнительных зон, необходимых для достижения требуемого уровня точности, как правило, сокращается, что позволяет экономить память и временные затраты. Кроме того, уменьшаются ошибки конечных разностей, поскольку используется плавная аппроксимация потока. Сокращение числа неизвестных позволяет создать алгоритм решения задачи с учетом анизотропии рассеяния.

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы показать преимущество обобщенного метода вероятностей первых столкновений на примере решения задачи с линейно-анизотропным рассеянием.

Постановка задачи, метод решения и результаты. Односкоростное интегрально-дифференциальное уравнение переноса нейтронов, определенное в двумерной гетерогенной области, записывается следующим образом:

$$\Omega \nabla \Phi(\mathbf{r}, \Omega) + \sigma(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}, \Omega) = \int \int d\mathbf{r}' d\Omega' \sigma_s(\mathbf{r}', \Omega' \rightarrow \Omega) \Phi(\mathbf{r}, \Omega) + Q(\mathbf{r}, \Omega). \quad (1)$$

Здесь использованы общепринятые обозначения: $\Phi(\mathbf{r}, \Omega)$ — плотность потока нейтронов в точке пространства $\mathbf{r}$ в направлении Ω ; $\sigma(\mathbf{r})$ — полное сечение процессов взаимодействия нейтрона с ядрами в точке $\mathbf{r}$; $\sigma_s(\mathbf{r}, \Omega' \rightarrow \Omega)$ — дифференциальное сечение упругого рассеяния в точке $\mathbf{r}$; $Q(\mathbf{r}, \Omega)$ — плотность источников нейтронов в точке $\mathbf{r}$ в направлении Ω .

Предположим, что дифференциальное поперечное сечение рассеяния линейным образом зависит от косинуса угла рассеяния $(\Omega\Omega')$:

$$\sigma_s(\mathbf{r}, \Omega' \rightarrow \Omega) = \frac{1}{4\pi} [\sigma_s^0(\mathbf{r}) + 3(\Omega\Omega')\sigma_s^1(\mathbf{r})].$$

Тогда интегральные моменты индикатрисы рассеяния определяем по формулам $\int d\Omega' \sigma_s \times (\mathbf{r}, \Omega' \rightarrow \Omega) \Phi(\mathbf{r}, \Omega') = 4\pi\sigma_s^0\Phi^0(\mathbf{r}) + 3\sigma_s^1\Omega\Phi^1(\mathbf{r})$; $\Phi^0(\mathbf{r}) = \int d\Omega \Phi(\mathbf{r}, \Omega)$; $\Phi^1(\mathbf{r}) = \int d\Omega \Omega \Phi(\mathbf{r}, \Omega)$. На этом этапе исследования предполагаем, что внутренний источник является изотропным $Q(\mathbf{r}, \Omega) \equiv q(\mathbf{r})$.

Уравнение (1) справедливо в пределах рассматриваемой гетерогенной области. Для корректной постановки задачи необходимо сформулировать граничные условия. Они формулируются как изотропный однородный источник на границе рассматриваемой области интенсивностью $I(\mathbf{r})$. В рамках сформулированных предположений получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \Phi^0(\mathbf{r}) = \int \int d\mathbf{r}' [\Phi^0(\mathbf{r}')\sigma_s^0 + q(\mathbf{r}')] P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) + \\ + 3 \int \int d\mathbf{r}' \Phi(\mathbf{r}') \sigma_s^1(\mathbf{r}') \mathbf{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) + \\ + 4\pi \oint d\mathbf{r}' I(\mathbf{r}') (\Omega \mathbf{n}) P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}); \\ \Phi^1(\mathbf{r}) = \int \int d\mathbf{r}' [\Phi^0(\mathbf{r}')\sigma_s^0 + q(\mathbf{r}')] P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) + \\ + 3 \int \int d\mathbf{r}' \Phi^1(\mathbf{r}') \sigma_s^1 \hat{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) + \\ + 4\pi \oint d\mathbf{r}' I(\mathbf{r}') (\Omega \mathbf{n}) \mathbf{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}). \end{cases} \quad (2)$$

Эта система интегральных уравнений является обобщением интегрального односкоростного уравнения Пайерлса с изотропным рассеянием. Соответственно ядра этих уравнений являются обобщением ядра Пайерлса, которое имеет прозрачный физический смысл вероятности того, что нейтрон от однородного изотропного источника в точке $\mathbf{r}'$ испытает первое столкновение в точке $\mathbf{r}$. Обобщения в системе интегральных уравнений, связанные с линейно-анизотропным рассеянием, заключаются в коэффициентах $\mathbf{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r})$ и $\hat{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r})$, поскольку

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) = \mathbf{\Omega}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r})P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) \quad (3)$$

представляет собой векторную вероятность, связанную с направлением $\mathbf{\Omega}$, и аналогично

$$\hat{P}(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) = \mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^T P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) \quad (4)$$

представляет собой матричную вероятность, связанную с направлениями $\mathbf{\Omega}$ и $\mathbf{\Omega}'$.

Коэффициенты в правой части уравнений (2) обозначают также вероятность нейтрону, летящему в направлении $\mathbf{\Omega}$, от однородного изотропного источника на границе испытать первое столкновение в рассматриваемом объеме:

$$\mathbf{P}_{\eta}^{\leftarrow s} = \oint d\mathbf{r}' \int \int d\mathbf{r}(\mathbf{\Omega}\mathbf{n})\mathbf{P}(\mathbf{r} \leftarrow \mathbf{r}'). \quad (5)$$

В работе [4] был сформулирован обобщенный метод вероятностей первых столкновений для задачи с изотропным рассеянием. Преимущество этого метода было показано на примере решения односкоростного интегрального уравнения с изотропным рассеянием (уравнения Пайерлса) для гетерогенной ячейки РБМК. Основная предпосылка метода заключается в том, что нейтронный поток аппроксимируется разложением по ортогональной системе полиномов в каждой однородной зоне гетерогенной ячейки. При этом важное преимущество дает набор полиномов от декартовых координат, поскольку именно в этом случае большая часть вычислительной работы может быть выполнена аналитически, далее используется численное интегрирование по двум переменным

$$\Phi^0(\mathbf{r}) = \sum_t \sum_{\eta=1}^N g_t(\mathbf{r}) \Phi_{\eta t}^0 f_{\eta t}(\mathbf{r}), \quad (6)$$

где индекс t означает номер однородной зоны, на которые разбита ячейка; $g_t(\mathbf{r})$ — характер-

истическая функция данной однородной зоны ячейки, равная 1, если данная точка принадлежит ячейке, и равная нулю в противном случае.

Для ортогональной системы полиномов справедливо соотношение

$$\iint f_{\eta t}(\mathbf{r}) f_{\eta' t}(\mathbf{r}) = \delta_{\eta \eta'}. \quad (7)$$

В задаче с линейно-анизотропным рассеянием для аппроксимации тока нейтронов также используется разложение по ортогональным полиномам

$$\Phi^1(\mathbf{r}) = \sum_t \sum_{\eta=1}^N g_t(\mathbf{r}) \Phi_{\eta t}^1 f_{\eta t}(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Далее на этом этапе исследования предполагаем постоянство внутреннего источника в пределах каждой однородной зоны гетерогенной ячейки

$$q(\mathbf{r}) = \sum_t g_t(\mathbf{r}) q_t. \quad (9)$$

Разложения (6), (8), (9) подставляем в систему интегральных уравнений (2), затем каждое уравнение умножаем на соответствующие функции $f_{\eta' t}(\mathbf{r})$ и интегрируем по объему каждой однородной зоны. Принимая во внимание соотношение ортогональности (7), получаем алгебраическую линейную систему уравнений, в которой неизвестными величинами являются не только усредненные поток и ток нейтронов, но и их моменты разложения по базисной системе функций [5, 6].

Коэффициенты линейной системы уравнений отличаются от обобщенных вероятностей столкновений наличием компонентов векторов $\mathbf{\Omega}$ и тензора $\mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^T$ под интегралом. Как уже отмечалось, если базисные функции $f_{\eta t}(\mathbf{r})$ суть полиномы от декартовых координат, то для их вычисления оказываются эффективными переменные, привязанные к траектории полета нейтрона. В этих переменных коэффициенты системы уравнений линейно-анизотропного приближения вычисляются посредством двумерного численного интегрирования проекции траектории полета нейтрона по всей рассматриваемой гетерогенной ячейке. Интегрирование вдоль траектории проводится с использованием функций Бикли [7].

На основе этого метода был разработан алгоритм и создан вычислительный код ВЕПС.

Основную трудность для алгоритма расчета представляют коэффициенты (3)—(5). В данном алгоритме они вычисляются в два этапа:

аналитическое интегрирование вдоль полета нейтрона (характеристическое направление), при этом используются табулированные значения функций Бикли;

численное интегрирование данного характеристического направления по рассматриваемой гетерогенной области. В схеме интегрирования применяются равномерно распределенные последовательности и датчик случайных чисел [8].

Коэффициенты ортогональной системы полиномов определяются для каждой однородной зоны с помощью уравнения (7).

В качестве примера приведен расчет трехзонной цилиндрической ячейки с нулевыми токами на границе (граничные условия изотропного отражения). Рассматривалась односкоростная задача, в каждой зоне задан однородный изотропный источник. Расчеты сравнивали с полученными с помощью программы ПРАКТИНЕЦ [9]. Средний поток нейтронов по зонам сравнивали в приближении изотропного и линейно-анизотропного рассеяния (табл. 1). Также рассматривалась кластерная ячейка РБМК, точнее, технологический канал (кластер), окруженный слоем графита. Цель теста — сравнение метода вероятностей первых столкновений, который использует приближения линейно-анизотропного рассеяния (по пространству) и плоского потока и тока по пространству, с улучшенным обобщенным методом, учитывающим линейно-анизотропное рассеяние (по углу рассеяния) и линейное приближение потока и тока по пространству. Граничные условия сформулированы в виде изотропного отражения потока нейтронов на круглой границе слоя графита, окружающего топливный кластер. Предполагается, что источников нейтронов внутри ячейки нет. Рассматривались два способа разбиения ячейки на однородные зоны. Первоначально рассматривали разбиение на девять зон (см. рисунок, табл. 2, 3). Зоны, содержащие воду, разбивали еще на две дополнительные, одна из них находится в центре канала вокруг циркониевого стержня, вторая — около циркониевой трубы, являющейся границей канала. Это разбиение использовали для решения задачи обобщенным методом вероятностей первых столкновений.

Таблица 1. Нейтронный поток в цилиндрической ячейке

Характеристики ячейки	Зона цилиндрической ячейки		
	1	2	3
Радиус зоны, см	1,75	2	4
Сечение поглощения, 1/см	0,7	1,8	0,02
Полное сечение, 1/см	2	2	2
Интенсивность источника, см ⁻³	0,52	—	1
Метод расчета	Изотропное рассеяние, см ⁻³		
	ВЕПС	3,565	14,091
	ПРАКТИНЕЦ	3,567	13,970
	Линейно-изотропное рассеяние, см ⁻³		
ВЕПС	2,006	3,647	12,890
ПРАКТИНЕЦ	2,12	3,698	13,130

Таблица 2. Сечения материалов кластерной ячейки

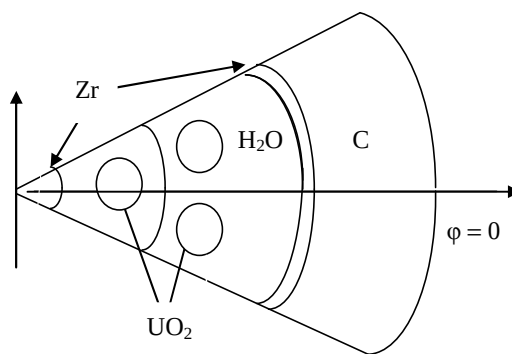
Материал	Параметр	
	Полное сечение, 1/см	Сечение рассеяния, 1/см
C	0,3809	0,3809
Zr	0,3485	0,3485
UO ₂	0,6114	0,3659
H ₂ O	2,1318	2,1243

Метод вероятностей первых столкновений рассматривали для двух вариантов разбиения:

13-зонное разбиение. В этом случае зоны с топливными блоками и кольца с замедлителем делятся на две дополнительные зоны;

17-зонное разбиение. В этом варианте четыре дополнительные зоны рассматривались в графите.

Выводы. Обобщенный метод вероятностей первых столкновений был развит для численного анализа анизотропии рассеяния в ячейке ядерного реактора. Для этой цели получена сис-



Фрагмент симметрии ячейки РБМК

Таблица 3. Нейтронный поток в кластерной ячейке, рассчитанный двумя методами

Номер зоны	Материал	Радиус зоны, см	Метод вероятностей, плоский поток				Обобщенный метод, линейный поток и ток, девять зон
			13 зон		17 зон		
			Поток, 10 ³	Отклоне- ние, %	Поток, 10 ³	Отклоне- ние, %	Поток, 10 ³ /см ³
1	C	9	5,827	3,5	5,930	1,8	6,039
2	Zr	4,4	4,761	4,2	4,870	2	4,97
3	H ₂ O	4	4,08	3,4	4,152	1,7	4,224
4	»	3,8	2,789	3,8	2,856	1,5	2,900
5	»	2,3	1,956	3,7	1,993	1,9	2,032
6	»	0,9	1,767	4	1,807	1,8	1,841
7	Zr	0,75	1,758	4,2	1,797	2,1	1,836
8	UO ₂	0,68	2,784	5,2	2,705	2,2	2,647
9	»	0,68	1,878	5,3	1,823	2,2	1,784

тема линейных интегральных уравнений, предложен и развит метод ее решения, разработан алгоритм. В качестве верификационных расчетов приведены сравнительные расчеты цилиндрической ячейки обобщенным методом вероятностей первых столкновений и методом поверхностного псевдоисточника (программа ПРАКТИНЕЦ). Результаты расчетов цилиндрической ячейки согласуются.

Результаты вычислений кластерной ячейки показывают преимущество по точности усовершенствованного метода вероятностей первых столкновений, обусловленное аналитическим представлением потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев И.С., Новиков В.М. Диффузия нейтронов в гетерогенных средах. М.: Атомиздат, 1966.
2. Benoist P. Streaming effect and collision probabilities in lattices. — Nucl. Sci. Energy, 1968, v. 34, № 1, p. 285—307.
3. Takeda T., Seriya T. Anisotropic collision probabilities in cell problem. — J. Nucl. Sci. Technol., 1971, v. 8, № 12, p. 663—672.
4. Повещенко Т.С., Шевелев Я.В. Полиномиальная аппроксимация потока нейтронов в методе вероятностей первых столкновений. — Атомная энергия, 1980, т. 48, вып. 2, с. 80—85.
5. Poveschenko T. Algorithm and code for general first collision probabilities calculations in nuclear reactor cell with complex geometry. — In: Proc. on Joint Intern. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing for Nuclear Applications. USA, 1997, p. 731—740.
6. Poveschenko T. Homogenization-free reactor core analysis with general first collision probabilities method. — Progress in Nucl. Energy, 2004, v. 45, № 2—4, p. 143—152.
7. Bickley W., Naylor J. A short table of the functions $Ki_n(x)$. — Phil. Magazine, 1935, v. 20, № 132, p. 343—347.
8. Poveschenko T. Advanced method of solution of neutron transport equation in nuclear reactor cell. — In: PHYSOR'2010, CD-ROM 700356.
9. Султанов Н.В. Программа ПРАКТИНЕЦ-3: Препринт ИАЭ-2143, 1971.

Поступила в Редакцию 2.06.15

УДК 621.039.51

АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ НЕЙТРОННОГО ПОЛЯ В КРИТИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ С УЧЕТОМ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ НЕЙТРОННОЙ МОЩНОСТИ

Черезов А.Л. (НИЯУ МИФИ, г. Москва)

При численном моделировании ядерных реакторов целесообразно анализировать неопределенность полученных результатов. Анализ неопределенности включает в себя оценку вклада разных источников погрешности в итоговую. В результате становится понятным, какие параметры модели требуют уточнения в первую

очередь. Очевидно, что способ управления нейтронным полем влияет на неопределенность численных расчетов, что отмечалось в работе [1]. В настоящей статье исследуется влияние системы управления на плотность потока нейтронов ядерного реактора, находящегося в стационарном критическом состоянии. Полу-