

БН-800. Если выбранная переменная удовлетворяет упомянутому требованию, то на форме автоматически создаются выпадающие списки для других имеющихся размерностей этого массива, из которых пользователь может выбрать индексы размерностей для вывода значений на картограмму. При расчете нестационарного процесса модуль обновляет отображаемые данные каждые 5 с, позволяя оперативно следить за процессом.

Системная оболочка позволяет через использование процедуры построения окон анализировать качество решения, проводить расчет другим модулем в определенном пространстве окна для сравнения результатов решений разными методами в указанном проблемном месте.

Заключение. Созданный программно-технический комплекс ГЕФЕСТ800 для проведения эксплуатационных расчетов БН-800 содержит модули нестационарного нейтронно-физического расчета реактора, расчета обратных связей через расчеты температуры, выгорания, остаточного тепловыделения, активности отработавших ТВС и др. Для большинства расчетных параметров определяется и их погрешность. Комплекс может обрабатывать экспериментальные данные при оценке нестационарных процессов и измерении энерговыделе-

ния ТВС. Программно-технический комплекс ГЕФЕСТ800 поставлен в тестовый эксплуатационный режим на БН-800.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асатрян Д.С., Белов А.А., Белоусов В.И. и др. Комплекс программ ГЕФЕСТ800 для проведения эксплуатационных расчетов нейтронно-физических характеристик БН-800 в стационарном режиме. — Атомная энергия, 2015, т. 118, вып. 6, с. 303—309.
2. Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Экспериментальные методы физики реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1984. 272 с.
3. Селезнев Е.Ф. Кинетика реакторов на быстрых нейтронах. М.: Наука, 2013. 240 с.
4. Забродская С.В., Игнатюк А.В., Кошечев В.Н. и др. РОСФОНД — российская национальная библиотека нейтронных данных. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерные константы, 2007, вып. 1—2, с. 3—21.
5. Pritychenko B., Herman M., Mughabghab S. e.a. Nuclear reaction and structure databases of the national nuclear data center. — In: Intern. Symp. on Nuclear Astrophysics-Nuclei in the Cosmos-IX. CERN, Geneva, Switzerland, 25—30 June 2006, p. 38.
6. Hermann O., Westfall R. ORIGEN-S: SCALE System Module to Calculate Fuel Depletion, Actinide Transmutation, Fission Product Buildup and Decay, and Association Source Terms//SCALE 4.3. V. 2, Section F7, 1995.

Поступила в Редакцию 25.12.14

УДК 621.039.51.12

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ К ИЗМЕНЕНИЮ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Кузьмин А.М. (НИЯУ МИФИ, г. Москва)

Проектирование ядерных реакторов связано с решением различных оптимизационных задач. В их число входят задачи об определении параметров $u_1, u_2, \dots, u_n$, называемых управляющими, при которых одна из характеристик реактора f_0 (критерий оптимальности или целевая функция) принимает наименьшее значение и не нарушаются ограничения на другие характеристики f_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Многие из них являются функционалами, определенными на решениях

$\varphi(x)$ уравнений, которые описывают нейтронно-физические, теплогидравлические и другие процессы.

Сформулируем ее в общем виде как задачу о нахождении

$$\min_{u \in U} f_0 \text{ при условиях}$$

$$f_i \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad f_i = 0, \quad i = k+1, \dots, m, \quad (1)$$

где неравенства (1) определяют область U допустимых значений вектора управления

$\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$. В качестве f_i рассматриваются разность значений характеристик, например, максимальной температуры материалов или напряжений в элементах конструкции, рассчитанных при известном векторе $\mathbf{u}$, и соответствующих допустимых $f_i^{(\text{доп})}$. Среди первых k условий наряду с ограничениями на физические характеристики есть неравенства вида $u_j - u_j^{(\max)} \leq 0$, $-u_j + u_j^{(\min)} \leq 0$. Значения $f_i^{(\text{доп})}$, $u_j^{(\max)}$, $u_j^{(\min)}$ и других данных ϑ_q известны. В дальнейшем они рассматриваются как компоненты вектора $\boldsymbol{\vartheta} = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_N)^T$.

Такие задачи, следуя работе [1], будем называть задачами оптимального проектирования. От задач нелинейного программирования они отличаются лишь способом расчета в точке $\omega = (\mathbf{u}, \boldsymbol{\vartheta})$ значений f_i и производных

$$H_j^{(i)} = \frac{df^{(i)}}{du_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$h_q^{(i)} = \frac{df^{(i)}}{d\vartheta_q}, \quad q = 1, 2, \dots, N.$$

В случае функционалов производные $H_j^{(i)}$, $h_q^{(i)}$ находятся посредством решения вспомогательных уравнений для сопряженных функций $\varphi_i^+(x)$ и учета соотношений линейной теории возмущений [2]. Поскольку функции $\varphi(x)$, $\varphi_i^+(x)$ также зависят от компонентов векторов $\mathbf{u}$ и $\boldsymbol{\vartheta}$, то в дальнейшем для всех характеристик сохраним обозначения $f_i(\omega)$, $H_j^{(i)}(\omega)$, $h_q^{(i)}(\omega)$.

Условия оптимальности и коэффициенты чувствительности. Решение задачи (1) находят теми же методами, разработанными в нелинейном программировании. Если функции (или функционалы) $f_i(\omega)$ дифференцируемы по совокупности переменных $u_1, u_2, \dots, u_n$, то наиболее эффективным считается метод линеаризации [3]. Он относится к численным итерационным методам первого порядка, в котором на каждой итерации s при известном $\mathbf{u}^{(s-1)}$ рассчитывают производные $H_j^{(i)}$ и на их основе находят новый

вектор $\mathbf{u}^{(s)} = \mathbf{u}^{(s-1)} + \delta\mathbf{u}^{(s)}$, определяя $\delta\mathbf{u}^{(s)}$ из решения линеаризованного относительно $\delta\mathbf{u}$ аналога задачи (1): задачи линейного или квадратичного программирования. Итерации прекращают, когда $\mathbf{u}^{(s)} \in U$, $f_0(\mathbf{u}^{(s)}, \boldsymbol{\vartheta})$ не изменяются и выполняются необходимые условия оптимальности.

Запишем эти условия в форме принципа оптимальности Лагранжа [3]. Предположим, что при $\boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{\vartheta}^{(0)}$ задача (1) решена и получен вектор $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*$, которому соответствует минимальное $f_0^* = f_0(\omega^*)$, а ограничения принимают вид

$$f_i(\omega^*) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, l;$$

$$f_i(\omega^*) = 0, \quad i = l+1, l+2, \dots, k, k+1, \dots, m.$$

Здесь $\omega^* = (\mathbf{u}^*, \boldsymbol{\vartheta}^{(0)})$, и для определенности считается, что первые l условий выполняются как строгие неравенства, остальные $(m-l)$ условий как равенства. Тогда существуют такие одновременно все не равные нулю множители λ_i ($i = 0, 1, \dots, m$), что

$$\lambda_0 H_j^{(0)}(\omega^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i H_j^{(i)}(\omega^*) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\lambda_i f_i(\omega^*) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad \lambda_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (2)$$

$$\lambda_0 = 1 \text{ для регулярных, } \lambda_0 = 0 \text{ для нерегулярных задач.}$$

Решение задачи завершается анализом чувствительности $f_0^*, \mathbf{u}^*$ к изменениям исходных данных в целях выяснения достоверности вывода о преимуществах или недостатках найденного решения по сравнению с ранее полученными решениями схожих, т.е. в той же постановке задач в условиях, когда данные известны с некоторыми погрешностями. Важно выяснить, не приведут ли возможные отклонения данных от первоначально выбранных $\vartheta_q^{(0)}$ к таким изменениям $\delta f_{0,q}^*$ минимального f_0^* , что превысят модуль разности значений f_0^* в сравниваемых вариантах. В связи с этим введем в рассмотрение коэффициенты чувствительности $L_{0,q}^+, L_{0,q}^-$ критерия оптимальности к исходным данным.

Пусть имеем два набора (вектора) исходных данных, отличающихся от номинального вектора $\boldsymbol{\vartheta}^{(0)}$ лишь q -м компонентом:

$$\boldsymbol{\vartheta}^+ = \boldsymbol{\vartheta}^{(0)} + \delta\vartheta_q \mathbf{e}_q; \quad \boldsymbol{\vartheta}^- = \boldsymbol{\vartheta}^{(0)} - \delta\vartheta_q \mathbf{e}_q, \quad (3)$$

где $\delta\vartheta_q > 0$; $\mathbf{e}_q$ — единичный орт в N -мерном пространстве исходных данных. Будем считать, что $\mathbf{u}^+, \mathbf{u}^-$ — оптимальные векторы управлений, полученные в результате решения задачи (1) при $\boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{\vartheta}^+$ и $\boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{\vartheta}^-$ соответственно. Тогда коэффициенты $L_{0,q}^+, L_{0,q}^-$ определим как пределы отношений

$$L_{0,q}^+ = \lim_{\delta\vartheta_q \rightarrow 0^+} \frac{\delta f_{0,q}^+}{\delta\vartheta_q}; \quad L_{0,q}^- = \lim_{\delta\vartheta_q \rightarrow 0^-} \frac{\delta f_{0,q}^-}{\delta\vartheta_q}, \quad q = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где $\delta f_{0,q}^+ = f_0(\omega_q^+) - f_0(\omega^*)$; $\delta f_{0,q}^- = f_0(\omega_q^-) - f_0(\omega^*)$; $\omega_q^+ = (\mathbf{u}^+, \boldsymbol{\vartheta}^+)$; $\omega_q^- = (\mathbf{u}^-, \boldsymbol{\vartheta}^-)$, выражения $\delta\vartheta_q \rightarrow 0^+$ и $\delta\vartheta_q \rightarrow 0^-$ указывают на приближение к нулю справа при $\delta\vartheta_q > 0$ и слева при $\delta\vartheta_q < 0$ соответственно. Аналогичным образом определим коэффициенты чувствительности $L_{j,q}^+, L_{j,q}^-$ координат u_j^* локального минимума f_0^* к исходным данным

$$L_{j,q}^+ = \lim_{\delta\vartheta_q \rightarrow 0^+} \frac{\delta u_{j,q}^+}{\delta\vartheta_q}; \quad L_{j,q}^- = \lim_{\delta\vartheta_q \rightarrow 0^-} \frac{\delta u_{j,q}^-}{\delta\vartheta_q}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где $\delta u_{j,q}^+ = u_j^+ - u_j^*$; $\delta u_{j,q}^- = u_j^- - u_j^*$.

Введенные таким образом коэффициенты чувствительности имеют смысл производных по направлениям. Их знание позволяет при малых отклонениях $\delta\vartheta_q$ оценить изменения δf_0^* , δu_j^* параметров локального минимума. Например, если изменяется один q -й компонент, то

$$\begin{aligned} \delta f_{0,q}^+ &= L_{0,q}^+ \delta\vartheta_q; \quad \delta u_{j,q}^+ = L_{j,q}^+ \delta\vartheta_q \quad (\delta\vartheta_q > 0); \\ \delta f_{0,q}^- &= L_{0,q}^- \delta\vartheta_q; \quad \delta u_{j,q}^- = L_{j,q}^- \delta\vartheta_q \quad (\delta\vartheta_q < 0). \end{aligned} \quad (6)$$

Методы расчета коэффициентов. Рассмотрим методы нахождения коэффициентов чувствительности, считая по-прежнему, что при данных $\boldsymbol{\vartheta}^{(0)}$ задача (1) решена и получены па-

раметры локального минимума: оптимальный вектор $\mathbf{u}^* \in U$ и $f_0^* = \min_{\mathbf{u} \in U} f_0$.

Учитывая определения (4), (5) и численный способ получения производных 1-го порядка, приходим к простой схеме расчета коэффициентов, называемой в дальнейшем методом конечных приращений. В этом методе для какого-либо q -го компонента $\vartheta_q^{(0)}$ выбирается приращение $\delta\vartheta_q > 0$ и рассматриваются две задачи вида (1) при $\boldsymbol{\vartheta}^+, \boldsymbol{\vartheta}^-$, рассчитанных по формулам (3). Предполагая, что каждая из них имеет решение, находят оптимальные значения $\mathbf{u}^+, f_{0,q}^+ = f_0(\omega_q^+)$ и $\mathbf{u}^-, f_{0,q}^- = f_0(\omega_q^-)$, определяют по формулам (4), (5) разность $\delta f_{0,q}^+, \delta f_{0,q}^-, \delta u_{j,q}^+, \delta u_{j,q}^-$, затем оценивают коэффициенты $L_{j,q}^+, L_{j,q}^-$, используя соотношения (6). Очевидно, если исследуется чувствительность локального минимума по отношению к N различным исходным данным, то необходимо решить $2N$ задач вида (1).

Другой способ, называемый методом согласованных вариаций, опирается на приближенные соотношения

$$f_i(\mathbf{u}^* + \delta\mathbf{u}, \boldsymbol{\vartheta}^{(0)} + \delta\vartheta_q \mathbf{e}_q) = f_i(\omega^*) + (\mathbf{H}^{(i)}, \delta\mathbf{u}) + h_q^{(i)} \delta\vartheta_q, \quad i = 0, 1, \dots, m,$$

записанные для случая, когда изменяется лишь один компонент вектора $\boldsymbol{\vartheta}^{(0)}$, градиенты $\mathbf{H}^{(i)}$ и производные $h_q^{(i)}$ определены в точке ω^* . Такие разложения применяют для дифференцируемых функций в небольшой области изменения значений $\delta\mathbf{u}, \delta\vartheta_q$:

$$|\delta u_j| \leq \Delta_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad |\delta\vartheta_q| \leq \delta\vartheta_q. \quad (7)$$

Это позволяет перейти к рассмотрению линейаризованного аналога задачи (1):

$$\begin{aligned} &\text{найти } \min(\mathbf{H}^{(0)}, \delta\mathbf{u}) \text{ при таких } \delta\mathbf{u}, \text{ что} \\ &f_i^* + (\mathbf{H}^{(i)}, \delta\mathbf{u}) + h_q^{(i)} \delta\vartheta_q \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, k; \\ &f_i^* + (\mathbf{H}^{(i)}, \delta\mathbf{u}) + h_q^{(i)} \delta\vartheta_q = 0, \quad i = k+1, \dots, m; \quad (8) \\ &-\Delta_j \leq \delta u_j \leq \Delta_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

где $f_i^* = f_i(\omega^*)$; $f_i(\omega^*) = 0, i = l+1, \dots, k, k+1, \dots, m$.

Решение задачи (8) — оптимальный опорный план $\delta \mathbf{u}^*$ и минимальная линейная форма $g(\delta \mathbf{u}^*) = (\mathbf{H}^{(0)}, \delta \mathbf{u}^*)$ можно получить с помощью известных методов линейного программирования, например, симплекс-метода [4]. Он относится к итерационным методам, позволяющим за конечное число итераций либо найти решение, либо установить, что оно не существует.

Если $\delta \mathbf{u} = \delta \mathbf{u}^*$ — решение задачи (8) при заданном $\delta \vartheta_q \neq 0$, то изменения $\delta f_{i,q}^*$ функционалов задачи, включая критерий оптимальности, получим в виде

$$\delta f_{i,q}^* = h_q^{(i)} \delta \vartheta_q + (\mathbf{H}^{(i)}, \delta \mathbf{u}^*), \quad i = 0, 1, \dots, m. \quad (9)$$

После этого коэффициенты чувствительности $L_{j,q}^+, L_{j,q}^-$ рассчитываются по формулам (6), в которых $\delta f_{0,q}^+ = \delta f_{0,q}^*, \delta \mathbf{u}_q^+ = \delta \mathbf{u}^*$, если в задаче (8) принималось $\delta \vartheta_q > 0$, и $\delta f_{0,q}^- = \delta f_{0,q}^*, \delta \mathbf{u}_q^- = \delta \mathbf{u}^*$ при $\delta \vartheta_q < 0$. Как и в методе конечных приращений, при N различных данных необходимо решать $2N$ задач вида (8).

В методе малых возмущений удастся вариацию $\delta f_{0,q}^*$ выразить непосредственно через изменение $\delta \vartheta_q$, не решая задач вида (8). Ранее [5] было показано, как это можно сделать, используя необходимые условия оптимальности (2) и предполагая, что существуют единственные значения множителей Лагранжа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$. Однако это не всегда выполняется. Нельзя исключать случай, когда система линейных относительно λ_i уравнений имеет несколько решений. Но тогда возникает вопрос, какое из них использовать при нахождении коэффициентов чувствительности критерия оптимальности.

Рассмотрим линеаризованную в окрестности точки $\mathbf{u}^*$ задачу вида (8), в которой $\delta \vartheta_q = 0$ и Ω_0 — область допустимых векторов $\delta \mathbf{u}$. Назовем ее невозмущенной задачей линейного программирования $\Lambda(0)$ и будем считать, что если

она имеет ненулевые решения, то лишь такие $\delta \mathbf{u}^* \in \Omega_0$ и образующие множество G , что

$$g(\delta \mathbf{u}^*) = \min_{\delta \mathbf{u} \in \Omega_0} (\mathbf{H}^{(0)}, \delta \mathbf{u}) = 0. \quad (10)$$

Строго говоря, это равенство имеет место, если задача (1) удовлетворяет некоторым дополнительным требованиям. Например, выполняется условие регулярности Слейтера или все функции $f_i(\omega)$ дважды дифференцируемы, а градиенты $\mathbf{H}^{(i)}(\omega^*)$ ($i = l+1, \dots, k, k+1, \dots, m$) линейно независимы [3].

Сформулируем двойственную (сопряженную) по отношению к $\Lambda(0)$ задачу $\Lambda^+(0)$. Для упрощения преобразований включим ограничения (7) на δu_j ($j = 1, 2, \dots, n$), которые есть в задаче (8), в число неравенств $f_i^* + (\mathbf{H}^{(i)}, \delta \mathbf{u}) \leq 0, i = k+1, \dots, m$. Чтобы общее число таких неравенств не увеличилось, ограничения вида $u_j^{(\min)} \leq u_j^* + \delta u_j \leq u_j^{(\max)}$ заменим неравенствами

$$\alpha_j \leq \delta u_j \leq \beta_j, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (11)$$

где $\alpha_j = \max[-\Delta_j, u_j^{(\min)} - u_j^*]; \beta_j = \min[\Delta_j, u_j^{(\max)} - u_j^*]$.

Введем в рассмотрение множество Y векторов $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$, компоненты каждого из них $y_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, k$), остальные y_i ($i = k+1, \dots, m$) могут принимать произвольные значения. Запишем функции Лагранжа $F(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y}), \tilde{F}(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y}, \delta \vartheta_q)$ для невозмущенной $\Lambda(0)$ и возмущенной задачи (8) в виде

$$\begin{cases} F(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y}) = (\mathbf{H}^{(0)}, \delta \mathbf{u}) + \sum_{i=1}^m y_i (\mathbf{H}^{(i)}, \delta \mathbf{u}) + \psi(\mathbf{y}); \\ \tilde{F}(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y}, \delta \vartheta_q) = F(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y}) + P_q(\mathbf{y}) \delta \vartheta_q, \end{cases}$$

где $\psi(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m f_i^* y_i; P_q(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m h_q^{(i)} y_i; \delta \mathbf{u} \in \Omega_0; \mathbf{y} \in Y$.

Поскольку здесь функция $F(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y})$ составлена с учетом всех ограничений, включая неравенства (11), $\min_{\delta \mathbf{u} \in \Omega_0} F(\delta \mathbf{u}, \mathbf{y})$ ищется без наложения ограничений на $\delta \mathbf{u}$, двойственная задача $\Lambda^+(0)$ формулируется в виде поиска

$$\max_{\mathbf{y}} \psi(\mathbf{y}) \text{ при таких } \mathbf{y} \in Y, \text{ что} \quad (12)$$

$$H_j^{(0)} + \sum_{i=1}^m H_j^{(i)} y_i = 0, \quad j=1, 2, \dots, n.$$

Решение этой задачи (оптимальный опорный план $\mathbf{y}^*$) нетрудно получить, используя упоминавшийся симплекс-метод.

В общем случае задача $\Lambda^+(0)$, как и $\Lambda(0)$, может иметь несколько оптимальных опорных планов $\mathbf{y}^* = \mathbf{y}^{(t)}$ ($t=1, 2, \dots, T$), образующих в совокупности выпуклое многогранное множество G^+ . Причем для любых $\delta \mathbf{u}^* \in G$, $\mathbf{y}^* \in G^+$ выполняется соотношение двойственности, которое, учитывая равенство (10), примет вид

$$g(\delta \mathbf{u}^*) = \psi(\mathbf{y}^*) = 0. \quad (13)$$

При этом условия (12) для нахождения компонентов y_i^* оптимального опорного плана $\mathbf{y}^*$ совпадают с соотношениями (2), которым должны удовлетворять множители Лагранжа λ_i ($i=1, 2, \dots, m$), если рассматривается регулярная задача (1).

Будем считать, что множества оптимальных опорных планов G и G^+ в невозмущенных задачах $\Lambda(0)$ и $\Lambda^+(0)$ соответственно ограничены, в возмущенной задаче (8) выбрано $\delta \vartheta_q > 0$. Из теоремы [6] следует, что при $\delta \vartheta_q \rightarrow 0^+$ производная по направлению $\delta \vartheta_q$ справа $(g'_q) = \max_{\mathbf{y}^{(i)} \in G^+} P_q(\mathbf{y})$. Тогда при достаточно малых $\delta \vartheta_q$

$$g(\delta \mathbf{u}^*) = (g'_q) \delta \vartheta_q = \delta \vartheta_q \max_{\mathbf{y}^{(i)} \in G^+} P_q(\mathbf{y}).$$

Подставляя это значение $g(\delta \mathbf{u}^*)$ в равенство (9) и учитывая определение (4), получим коэффициент чувствительности $L_{0,q}^+$ критерия оптимальности

$$L_{0,q}^+ = h_q^{(0)} + \max_{\mathbf{y}^{(i)} \in G^+} P_q(\mathbf{y}). \quad (14)$$

Аналогичные преобразования, выполненные для отклонения $\delta \vartheta_q < 0$ и при $\delta \vartheta_q \rightarrow 0^-$, приводят к следующему выражению для коэффициента $L_{0,q}^-$:

$$L_{0,q}^- = h_q^{(0)} + \min_{\mathbf{y}^{(i)} \in G^+} P_q(\mathbf{y}). \quad (15)$$

Вычислительные аспекты и особенности методов. Сравним методы расчета коэффициентов чувствительности минимального f_0^* с известными способами расчета производных H_q функционала F , определенного на решениях уравнения для потока нейтронов $\varphi(x)$.

Метод конечных приращений не отличается от численного способа расчета производных и имеет общий с ним недостаток, связанный с нахождением разности (4), (5) больших чисел — необходимостью получения f_0^* и F с высокой точностью. Это при большом числе исходных данных приводит к значительным затратам времени. Напомним, что в число таких данных могут входить многогрупповые микроскопические сечения взаимодействий нейтронов с ядрами среды.

Методу согласованных вариаций в задаче оптимального проектирования можно сопоставить способ получения вариаций функционала δF , в котором при каждом изменении данных решается линеаризованное относительно $\delta \varphi(x)$ уравнение переноса нейтронов. В обоих случаях число решаемых задач совпадает с числом рассматриваемых данных, но относительные временные затраты сильно различаются. Если время расчета распределения $\delta \varphi(x)$ примерно такое же, как и потока нейтронов $\varphi(x)$, то затраты времени на решение возмущенной задачи линейного программирования (8) существенно меньше, чем при решении исходной, как правило, нелинейной задачи (1). Однако надо учитывать, что в методе согласованных вариаций интервалы Δ_j изменений δu_j должны быть согласованы с $\delta \vartheta_q$. Иначе задача (8) может не иметь решений. Чтобы такого не происходило, следует предварительно провести исследования для выбора приемлемых значений Δ_j и $\delta \vartheta_q$.

Получению коэффициентов $L_{0,q}^+$, $L_{0,q}^-$ в методе малых возмущений соответствует расчет вариаций δF , затем и производных H_q с использованием соотношений линейной теории

возмущений. В обоих случаях удается ограничиться решением одной вспомогательной задачи: в одном случае двойственной задачи (12), в другом — решением уравнения для ценности нейтронов по отношению к функционалу. Правда, необходимо получить решение задачи (1) с хорошей точностью, добившись выполнения равенства (13), и найти все оптимальные опорные планы $y^{(t)}$ двойственной задачи (12). Последнее нетрудно сделать, используя симплекс-метод. Следует лишь после получения какого-либо оптимального опорного плана $y^{(t)}$ продолжить итерации, выбирая на каждой из них новый опорный план $y^{(t+1)}$ так, чтобы выполнялись равенства $\psi(y^{(t+1)}) = \psi(y^{(t)}) = 0$.

Задача о минимуме ядерного топлива в топливном цикле. В качестве примера, иллюстрирующего возможности методов, рассмотрим задачу о минимуме удельной массы ядерного топлива

$$f_0 = \frac{P_f}{W} \left(1 + \frac{T_n}{T_a} \right), \quad (16)$$

находящегося в топливном цикле быстрого охлаждаемого гелием реактора тепловой мощностью W 4200 МВт с оксидным уран-плутониевым топливом $^{238}\text{UO}_2 + ^{239}\text{PuO}_2$. Здесь принято, что P_f — критическая масса; T_a , T_n — время нахождения топлива в активной зоне и внешнем топливном цикле. В качестве управляющих (независимых) параметров u_1, u_2 выберем высоту H и среднюю теплонапряженность Q активной зоны соответственно.

Предполагается, что активная зона реактора набрана из ТВС шестигранной формы. Внутри каждой ТВС с шагом 11,5 мм размещены твэлы диаметром 8 мм, имеющие полость высотой 1 м для сбора газообразных продуктов деления и оболочку из коррозионно-стойкой стали толщиной 0,4 мм. Теплоноситель под давлением 10,5 МПа прокачивается со средней скоростью 94 м/с, имея на входе в активную зону температуру 320 °С. Допустимая глубина выгорания топлива $P_0 = 10\%$ тяж. ат., время внешнего топливного цикла T_n 3 года, плотность топлива $\gamma_t = 8,25 \text{ т/м}^3$.

Ограничения накладываются на максимальную температуру оболочки твэлов $T_{об}$, мощность на прокачку теплоносителя $W_{пр}$ и высоту H активной зоны в виде неравенств

$$T_{об} \leq T_{об}^{(доп)}; \quad W_{пр} \leq \alpha_{пр} W; \quad H \leq H^{(max)}, \quad (17)$$

где $T_{об}^{(доп)} = 710 \text{ °С}$; $\alpha_{пр} = 0,07$; $H^{(max)} = 1,85 \text{ м}$.

Исследуется чувствительность оптимального решения к изменению средней по высоте активной зоны плотности теплоносителя $\gamma_{тепл}$. В качестве номинальной плотности принимается $\gamma_{тепл}^{(0)} = 7,312 \text{ кг/м}^3$.

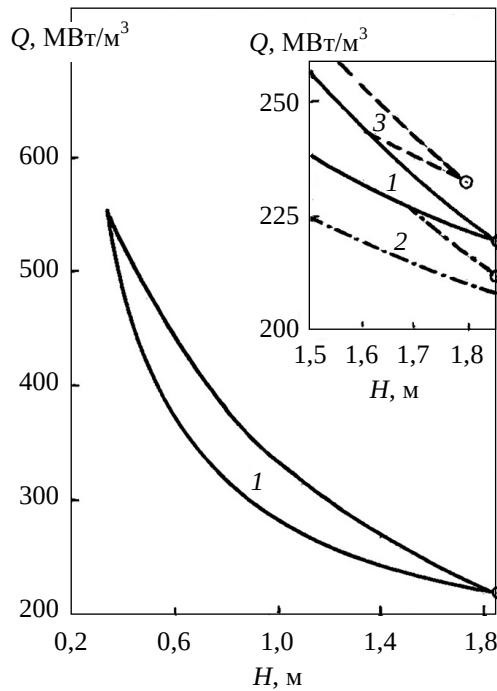
Для оценки физических характеристик в критическом реакторе используется простая модель, которая состоит из гомогенной активной зоны, окруженной экранами с известными свойствами. В этой модели распределение нейтронов находится в односкоростном диффузионном приближении методом условного разделения переменных [7]. Предполагается, что среднему обогащению топлива X , полученному из условия критичности, можно сопоставить такое обогащение в центре и на периферии активной зоны, которое позволит получить радиальный коэффициент неравномерности тепловыделения $K_r = 1,3$.

Температура оболочки рассчитывается из условия баланса тепла на поверхности твэла с максимальным тепловыделением $q^{(max)}$, мощность на прокачку — в предположении, что скорость теплоносителя вдоль радиуса активной зоны изменяется пропорционально распределению тепловыделения $q(r)$. Теплофизические свойства оцениваются при средней температуре.

Если наряду с перечисленными допущениями пренебречь зависимостью материального параметра активной зоны от плотности теплоносителя, эффективных добавок — от параметров Q , H и X , то условия (17) можно записать в виде ограничений (1) на функции

$$\begin{aligned} f_1 &= Q - \xi_1(H, \gamma_{тепл}); \quad f_2 = \xi_2(H, \gamma_{тепл}) - Q; \\ f_3 &= H - H^{(max)}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\xi_1(H, \gamma_{тепл})$, $\xi_2(H, \gamma_{тепл})$ — положительные дифференцируемые при всех $H > 0$ функции.



Допустимая и оптимальная энергонапряженность Q и высота активной зоны H без отклонения (1) и с отклонением плотности теплоносителя $-0,05$ (2), $+0,05$ (3)

При этом критерий оптимальности f_0 (16) не будет непосредственно зависеть от плотности теплоносителя. Тем не менее минимальное f_0^* может изменяться при ее варьировании.

На рисунке показана область допустимых значений Q и H , построенная для случая

$\gamma_{\text{тепл}} = \gamma_{\text{тепл}}^{(0)}$. Там же отмечены координаты $Q^* = 219,8 \text{ МВт/м}^3$, $H^* = 1,85 \text{ м}$, которым соответствуют обогащение $X = 0,124$ и минимальное $f_0^* = 3,23 \text{ кг/МВт}$. Видно, что в точке минимума f_0 ограничения являются активными (принимают вид равенств). В верхнем правом углу в увеличенном по оси ординат масштабе показано, как изменяется область допустимых значений вблизи точки минимума при $\delta\gamma_{\text{тепл}} = \pm 0,05\gamma_{\text{тепл}}^{(0)}$.

Коэффициенты чувствительности $L_{j,\gamma}^+$, $L_{j,\gamma}^-$ ($j = 0, 1, 2$) оптимального решения задачи к плотности теплоносителя, найденные разными методами, приведены в таблице. Численные коэффициенты получены методом конечных приращений по формулам (6) после решения нелинейных задач при разных приращениях $\delta\gamma_{\text{тепл}}$, методом согласованных вариаций — по формулам (6), (9) в результате решения возмущенных задач (8) при $\delta\gamma_{\text{тепл}} = \pm 0,02\gamma_{\text{тепл}}^{(0)}$, $-0,04 \text{ м} \leq \delta H \leq 0$, методом малых возмущений — по формулам (14), (15) с использованием решений двойственной задачи $\Lambda^+(0)$ вида (12).

Обратим внимание на следующие особенности решений.

Коэффициенты чувствительности $L_{j,\gamma}^+$, $L_{j,\gamma}^-$ ($j = 0, 1, 2$), рассчитанные с учетом и без учета ограничения на высоту H

Ограничение на высоту	$L_{j,\gamma}^+, L_{j,\gamma}^-$	Метод конечных приращений			Методы согласованных вариаций и малых возмущений
		$\delta_{\gamma}^{(отн)}$			
		$\pm 0,04$	$\pm 0,02$	$\pm 0,01$	
$H \leq 1,85 \text{ м}$	$L_{0,\gamma}^+$	-0,02809	-0,03581	-0,03825	-0,04048
	$L_{1,\gamma}^+$	-0,1660	-0,1647	-0,1641	-0,1636
	$L_{2,\gamma}^+$	+37,111	+36,830	+36,700	+36,567
	$L_{0,\gamma}^-$	-0,08093	-0,07873	-0,07765	-0,07668
	$L_{1,\gamma}^-$	0	0	0	0
	$L_{2,\gamma}^-$	+22,440	+22,323	+22,259	+22,207
$H < \infty$	$L_{0,\gamma}^+ = L_{0,\gamma}^-$	-0,04986	-0,04513	-0,04272	-0,04048
	$L_{1,\gamma}^+ = L_{1,\gamma}^-$	-0,1614	-0,1625	-0,1631	-0,1636
	$L_{2,\gamma}^+ = L_{2,\gamma}^-$	+36,069	+36,316	+36,440	+36,567

1. Коэффициенты, рассчитанные методом конечных приращений при разных $\delta\gamma_{\text{тепл}}$, с уменьшением $|\delta\gamma_{\text{тепл}}|$ приближаются к полученным методами согласованных вариаций и малых возмущений. Расчеты изменений $\delta f_{i,\gamma}^*$ с использованием этих коэффициентов при $\delta\gamma_{\text{тепл}}^{(0)} = 0,01$ дают $\delta f_{0,\gamma}^* = -0,00296$ кг/МВт, $\delta f_{1,\gamma}^* = \delta f_{2,\gamma}^* = 0$, при $\delta\gamma_{\text{тепл}}^{(0)} = -0,01$ — $\delta f_{0,\gamma}^* = 0,005607$ кг/МВт, $\delta f_{1,\gamma}^* = 0$, $\delta f_{2,\gamma}^* = -0,5745$ МВт/м³.

2. В рассматриваемой задаче $L_{0,\gamma}^+ \neq L_{0,\gamma}^-$. Заметные расхождения в значениях этих коэффициентов (почти в 2 раза) возникают из-за разного влияния на f_0^* отклонений в допустимых значениях $f_i^{(\text{доп})}$ ($i = 1, 2, 3$) и изменения набора активных ограничений. При решении задачи с использованием $\gamma_{\text{тепл}} = \gamma_{\text{тепл}}^{(0)} + |\delta\gamma_{\text{тепл}}|$ в точке минимума f_0 активными являются ограничения на функции f_1 и f_2 , с использованием значений $\gamma_{\text{тепл}} = \gamma_{\text{тепл}}^{(0)} - |\delta\gamma_{\text{тепл}}|$ — ограничения на функции f_1 и f_3 (18).

3. Формально в методе малых возмущений рассмотренное выражается в существовании двух оптимальных опорных планов $\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}$ с компонентами $y_i^{(t)}$ ($t = 1, 2, i = 1, 2, 3$) в двойственной задаче (12) и неоднозначности решения уравнений (2) для множителей Лагранжа: $\mathbf{y}^{(1)} = (0,806 \cdot 10^{-2}, 0,4606 \cdot 10^{-2}, 0)^T$, $\mathbf{y}^{(2)} = (0,3453 \cdot 10^{-2}, 0, 0,2213)^T$. В пространстве переменных y_1, y_2, y_3 этим планам соответствуют две вершины и отрезок $\mathbf{y} = s\mathbf{y}^{(1)} + (1-s)\mathbf{y}^{(2)}$, где $0 \leq s \leq 1$, во всех точках которого $\psi(\mathbf{y}) = 0$.

4. Если из числа условий (17) исключить ограничение на высоту $H \leq 1,85$ м, то в точке минимума f_0 независимо от того, в какую сторону изменяется $\gamma_{\text{тепл}}^{(0)}$, активными остаются ограничения на функции f_1 и f_2 . В этом случае двойственная задача (12) имеет единственный оптимальный опорный план $\mathbf{y}^* = \mathbf{y}^{(1)}$, что при-

водит к одинаковым коэффициентам чувствительности $L_{0,\gamma}^+ = L_{0,\gamma}^- = -0,04048$ м³/МВт. Остальные коэффициенты указаны в таблице.

5. Изменения области допустимых значений управляющих параметров, вызванные варьированием исходных данных, могут оказаться настолько существенными, что возмущенная задача линейного программирования (8) не будет иметь решения. В рассматриваемом примере это возникает в методе согласованных вариаций, если выбрать Δ_H диапазона изменения высоты $\Delta_H \leq 0,02$ м и задать отклонение $\delta\gamma_{\text{тепл}} = 0,02\gamma_{\text{тепл}}^{(0)}$. Чтобы существовало решение задачи (8), надо либо увеличить диапазон Δ_H , например, до $\Delta_H \geq 0,03$ м, либо выбрать $\delta\gamma_{\text{тепл}} = 0,01\gamma_{\text{тепл}}^{(0)}$. Важно отметить, что в методе малых возмущений подобного согласования вариаций не требуется.

В заключение отметим, что в случае, когда необходимо найти лишь коэффициенты чувствительности критерия оптимальности $L_{0,q}^+, L_{0,q}^-$, то наиболее эффективным является метод малых возмущений. С его использованием удастся ограничиться решением одной двойственной задачи вида (12) вне зависимости от числа варьируемых данных. Однако он не позволяет рассчитать коэффициенты чувствительности оптимальных управляющих параметров. Его развитие на этот случай потребует, скорее всего, получения производных 2-го порядка по всем переменным, от которых зависят функционалы задачи оптимального проектирования реактора. Для этого придется воспользоваться методами теории возмущений 2-го порядка, что приведет к существенным вычислительным затратам. Чтобы их избежать, можно предложить комбинированный подход, при котором сначала рассчитываются коэффициенты $L_{0,q}^+, L_{0,q}^-$ методом малых возмущений, затем с помощью метода согласованных вариаций определяются коэффициенты $L_{j,q}^+, L_{j,q}^-$ ($j = 1, 2, \dots, n$). При выборе вариаций $\delta\vartheta_q$ и интервалов Δ_j следует ориентироваться на полученные значения $L_{0,q}^+, L_{0,q}^-$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмин А.М., Орлов В.В. Методические основы и развитие расчетных оптимизационных комплексов для проектирования быстрых реакторов. — Атомная энергия, 2014, т. 117, вып. 1, с. 3—7.
2. Марчук Г.И. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. М.: Физматлит, 1992. 353 с.
3. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Физматлит, 2005. 368 с.
4. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. М.: Физматлит, 1963. 775 с.
5. Кузьмин А.М. Коэффициенты чувствительности оптимизируемых характеристик АЭС к технологическим параметрам в задачах с ограничениями. — Атомная энергия, 1975, т. 39, вып. 4, с. 269—271.
6. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании. М.: Сов. радио, 1966. 524 с.
7. Хромов В.В., Глебов В.Б. Вариационно-синтетические методы и их применение в нейтронно-физических исследованиях реакторов. — Атомная энергия, 1985, т. 58, вып. 5, с. 360—369.

Поступила в Редакцию 23.03.15

УДК 621.039.58

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВТОРНОГО ЗАЛИВА ТВС НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Васильев А.Д., Романовский В.И. (ИБРАЭ РАН, г. Москва)

Одной из действенных мер ограничения и управления тяжелыми авариями ядерных реакторов с потерей теплоносителя, при которых может быть превышен предельно допустимый аварийный выброс радиоактивных веществ в окружающую среду, является залив водой активной зоны. Однако ее охлаждение применительно к тяжелой аварии может привести к еще более значительным повреждениям реактора. Аварии на АЭС «Три-Майл-Айленд» (США) и «Фукусима» (Япония) показали, что при заливе активной зоны водой может выделяться большое количество водорода [1, 2]. Воспламенение водородосодержащей смеси при случайном возгорании представляет угрозу разрушения защитной оболочки.

Анализ показывает, что основным источником образования водорода является высокотемпературное окисление циркониевых сплавов, интенсивность которого зависит от температуры, степени окисления и количества пара. Как правило, на начальной стадии развития аварии теплоносителя достаточно для поддержания парциальной реакции. На этой стадии в обезвоженной активной зоне тепловыделение может превышать остаточное тепловыделение. В этом случае происходят резкий рост температуры и расплавление активной зоны. Во избежание разрушения активная зона реактора заливается во-

дой в результате срабатывания системы активного охлаждения зоны. Эту стадию аварии принято называть повторным заливом. Причем залив водой активной зоны при определенных условиях может приводить к резкому ускорению выделения водорода и дополнительному разогреву.

С 1998 г. в Исследовательском центре FZK в Карлсруэ (Германия) в рамках программы QUENCH проводится цикл экспериментов по изучению физико-химических процессов, включая выход водорода, сопровождающих повторный залив водой ТВС PWR и ВВЭР [3—6]. Эксперименты с отечественными ТВС CORA-W1, -W2 [7, 8] и QUENCH-12 [9] показали, что в поведении ТВС PWR и ВВЭР принципиальных отличий нет. Поэтому результаты экспериментов QUENCH со сборками PWR применимы для анализа аварийных ситуаций на отечественных установках.

В настоящей статье для численного исследования повторного залива использовали код СОКРАТ/B2 [10]. Для изучения физико-химических процессов при быстром охлаждении ТВС выбран вне реакторный интегральный эксперимент QUENCH-06 с повторным заливом ТВС водой снизу [11]. В силу четкости и выраженности отдельных фаз, характерных для тяжелой аварии, а также высокого качества этот