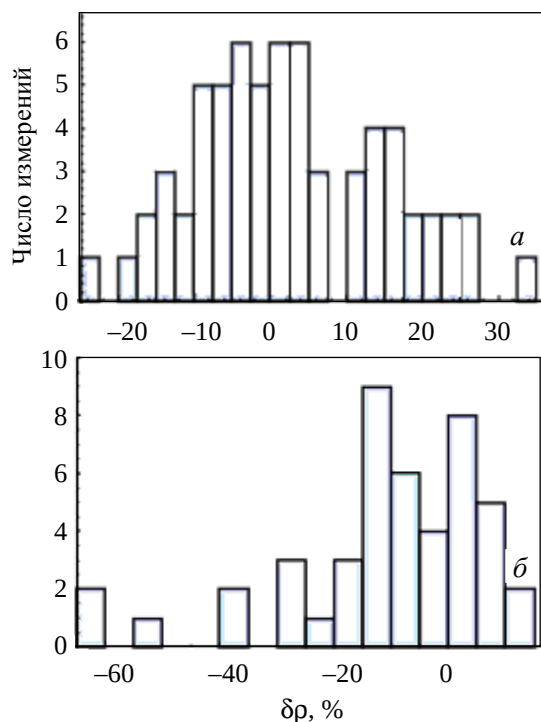


УДК 621.039.51

РАСЧЕТНОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА СПЕКТРАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ КРИТИЧЕСКОГО СТЕНДА РБМК

Черезов А.Л., Щукин Н.В., Мехрюшев А.А., Соловьев Д.А., Глазков О.В. (НИЯУ МИФИ, г. Москва),
Качанов В.М., Житарев В.Е., Гольцев А.О. (НИЦ «Курчатовский ин-т», г. Москва)

Действующие в настоящее время методики определения нейтронно-физических характеристик по результатам экспериментов основаны на предположении о мгновенном разделении пространственной и амплитудной составляющих нейтронного поля [1, 2]. Такое предположение называется одноточечным приближением и используется в реактиметре — устройстве, предназначенном для обработки показаний нейтронных детекторов в целях определения реактивности. Применение одноточечного приближения приводит к тому, что выходной сигнал реактиметра не обязательно должен совпадать с реактивностью, определяемой условно-критической задачей. Из-за этого возникают значительные расхождения между измеренной и расчетной реактивностью, что приводит к проблемам верификации программ нейтронно-физического расчета. В качестве подтверждения на рис. 1



Р и с. 1. Расхождение измеренной и расчетной реактивности, выраженной в относительных единицах $\delta\rho = (\rho_{\text{изм}}/\rho_{\text{расч}} - 1)100\%$, при определении эффективности стержней аварийной защиты без одного органа регулирования СУЗ на ВВЭР-1000 (а), -440 (б)

показана статистика таких расхождений при эксплуатации ВВЭР-1000, -440 с 1973 по 2006 г.

Подробное математическое обоснование данного явления изложено, например, в работах [3—7]. Приведем здесь основные положения этого обоснования. Рассмотрим нестационарную модель однородного реактора с запаздывающими нейтронами без учета обратных связей. Тогда нейтронное поле $u(x, t)$ описывается интегрально-дифференциальным уравнением

$$u_t(x, t) = \mathbf{V}(-\mathbf{L} + \mathbf{K})u(x, t) + \int_{-\infty}^t g(s, t)u(x, s)ds + f(x, t), \quad t \geq 0, x \in D$$

с начальным распределением плотности потока $u(x, 0) = u_0(x)$ и внутренним источником нейтронов $f(x, t)$, которые заданы на фазовом пространстве D . Операторы $\mathbf{L}$ и $\mathbf{K}$ отвечают за пространственно-энергетическое перераспределение нейтронов, ядро $g(s, t)$ зависит от параметров эмиттеров запаздывающих нейтронов, матрица $\mathbf{V}$ отвечает за скорость нейтронов. Для упрощения будем рассматривать это уравнение в диффузионном многогрупповом приближении. Нейтронное поле $u(x, t)$ может быть разложено по собственным функциям $\psi_k(x)$, которые отвечают собственным значениям ξ_k оператора $\mathbf{V}(-\mathbf{L} + \mathbf{K})$:

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(\xi_k, t)\psi_k(x).$$

По определению реактивностью называется число

$$\rho = 1 - 1/k_{\text{эф}},$$

где $k_{\text{эф}}$ — ведущее собственное значение оператора критичности $\mathbf{A} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{K}$, которому соответствует положительная собственная функция $\phi_0(x)$. Реактивность ρ связана с главным собственным значением ξ_0 с помощью соотношения $\rho = C\xi_0$, в котором константа $C = C(\psi_0^+, \phi_0)$.

Реактиметр — это цифроаналоговое устройство, позволяющее по заданному входно-

му сигналу $I(t)$ оценивать реактивность ρ . Преобразование $F: F[a_0(\xi_0, t)] = \rho$ будем называть моделью, функцию $r(t) = F[I(t)]$ — выходным сигналом реактиметра. Преобразование F представляет собой обращенное решение уравнений точечной кинетики и имеет вид

$$F[I(t)] = \beta_{\text{эф}} + l_0 \frac{d}{dt} \ln I(t) - \frac{1}{I(t)} \left(\sum_k \beta_k \lambda_k e^{-\lambda_k t} \int_{-\infty}^t I(\tau) e^{\lambda_k \tau} d\tau + q(t) \right),$$

где $\beta_{\text{эф}}$ — эффективная доля запаздывающих нейтронов; $\beta_k, \lambda_k, k = 1, 2, \dots, K$ — доля и постоянная распада групп эмиттеров запаздывающих нейтронов; l_0 — время жизни мгновенных нейтронов; $q(t) = \langle f(x, t), \phi_0^+(x) \rangle$ — свертка внутреннего источника нейтронов.

В одноточечном приближении равенство $u(x, t) = a_0(\xi_0, t) \psi_0(x)$ строго выполнено, поэтому выходной сигнал реактиметра $r(t) = F[u(x, t)] = F[a_0(\xi_0, t)]$ точно совпадает с реактивностью ρ вне зависимости от координаты x , в которой сформирован входной сигнал. В общем случае, когда одноточечное приближение не выполняется, выходной сигнал реактиметра есть функция как времени, так и координаты, поскольку

$$r(x, t) = F[u(x, t)] = F \left[\sum_{k=0}^{\infty} a_k(\xi_k, t) \psi_k(x) \right].$$

В этом состоит причина, по которой форма функции нейтронного поля влияет на показания реактиметра. Данное явление получило название пространственного эффекта реактивности [8].

В силу строгости неравенства $|\xi_0 - \xi_1| > 0$ в асимптотике $t \rightarrow \infty$ выполняется переход к форм-функции $u(x, t) \rightarrow a_0(\xi_0, t) \psi_0(x)$, поэтому $\lim_{t \rightarrow \infty} r(t, x) = \rho$ для любой координаты x . Однако эта возможность не используется на практике из-за чрезвычайно медленной сходимости функции $r(t)$. По этой же причине на характерном отрезке времени измерений (от 0 до 2—5 мин) функция $r(t)$ визуальнo быстро сходится к некоторому постоянному значению r^* , которое рассматривается в качестве итогового показания реактиметра. При этом значение r^* может силь-

но отличаться от реактивности ρ из решения условно-критической задачи.

Развитию более совершенных методов обработки реакторных измерений посвящено большое число работ, в которых рассматриваются разные подходы:

применение специальных поправочных коэффициентов к «измеренной» реактивности;

модификация модели реактиметра [7];

применение специальных алгоритмов подготовки сигнала, подаваемого на вход реактиметра [9, 10];

размещение нейтронных детекторов в точках так называемой узловой поверхности.

Однако эти подходы недостаточно точны и могут в отдельных случаях приводить к заметным систематическим отклонениям между измеренной r^* и точной реактивностью ρ , особенно при обработке измерений в физически больших активных зонах.

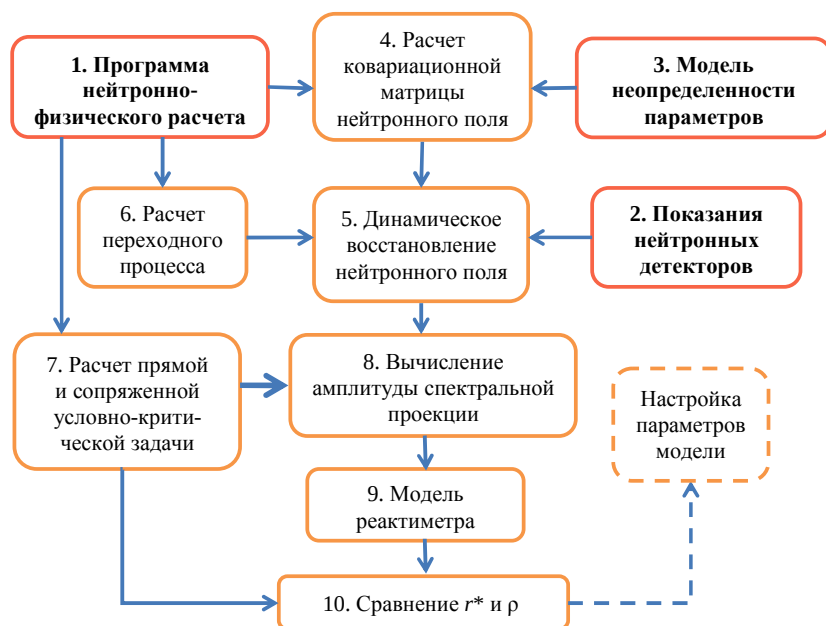
Естественным с математической точки зрения подходом к разрешению противоречия $r^* \neq \rho$ является:

выделение амплитуды $a_0(\xi_0, t)$ из ряда путем проецирования $u(x, t)$ на $\psi_0(x)$;

подстановка функции $a_0(\xi_0, t)$ в модель реактиметра F .

Поскольку функция $u(x, t)$ не может быть получена напрямую из эксперимента, для ее определения требуется дополнительная стадия обработки показаний нейтронных детекторов — процедура динамического восстановления нейтронного поля. Данный подход положен в основу метода спектральной проекции, подробное обсуждение которого содержится в работах [11—14]. Принципиальная схема этого метода показана на рис. 2.

Для реализации метода спектральной проекции требуются программа нейтронно-физического расчета, состоящая из модулей стационарного и нестационарного расчетов, данные измерений и модель неопределенности нейтронно-физических параметров с характеристиками вероятностного распределения. С использованием модели неопределенности параметров путем проведения прямых расчетов или методами теории возмущений [15—18] оценивается неопределенность нейтронного поля, которая выражается в виде ковариационной матрицы



Р и с. 2. Схема метода спектральной проекции

плотности потока нейтронов. Ковариационная матрица подставляется в алгоритм динамического восстановления нейтронного поля, который дает наилучшую аппроксимацию измеренных и расчетных данных, полученных из модуля нестационарного расчета. Затем решается сопряженная условно-критическая задача с последующим расчетом амплитуды спектральной проекции путем скалярного произведения функции ценности нейтронов и восстановленного нейтронного поля. Далее амплитуда спектральной проекции подставляется в модель реактиметра, вычисленный выходной сигнал $r(t)$ фильтруется от статистических помех. Результат фильтрации r^* сравнивается с реактивностью ρ , полученной из решения условно-критической задачи. Если разница между r^* и ρ не укладывается в допустимые пределы погрешности, то результаты сравнения признаются неудовлетворительными. В этом случае параметры нейтронно-физической модели требуют корректировки.

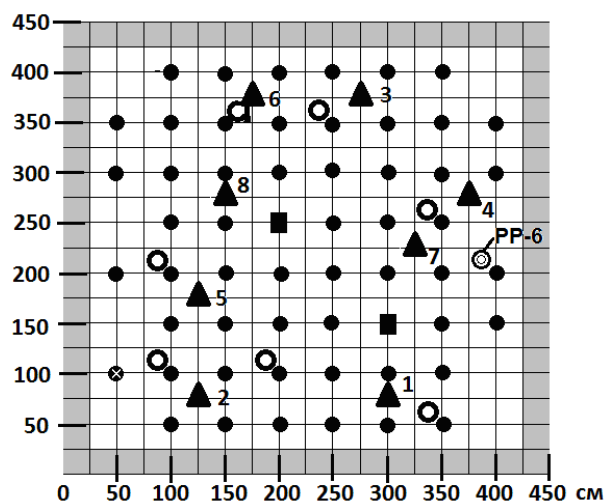
Отметим, что программы нейтронно-физического расчета могут быть верифицированы и без использования реактивности, определяемой с помощью условно-критической задачи. Например, в работе [19] предлагается сравнивать выходные сигналы реактиметра на основе расчетного и измеренного тока. При этом потребность в определении реактивности отпадает, проблемы, связанные с пространственными эффектами реактивности, исчезают автоматиче-

чески. В рамках такого подхода ключевой задачей становится повышение точности расчетного моделирования тока нейтронных детекторов.

Покажем эффективность упомянутых методов оценки реактивности на примере обработки реакторных измерений на критической сборке стенда РБМК НИЦ «Курчатовский институт». Сборка представляет собой физическую модель фрагмента начальной загрузки реактора РБМК 5-го блока Курской АЭС [20]. Для нейтронно-физического расчета стенда используется программа SKETCH-N [21], в которой реализован алгоритм решения стационарного и нестационарного многогруппового диффузионного уравнения в нодальном приближении.

На рис. 3 показана картограмма загрузки моделируемого критического стенда. Начальное состояние реактора критическое с уровнем мощности $W = 10$ кВт. Рассчитывается мгновенный сброс восьми стержней СУЗ. Глубина погружения стержня РР-6 составляет 140 см от верхнего концевика и отвечает критическому состоянию реактора. В табл. 1 и на рис. 4 показаны выходные сигналы реактиметра, которые были получены на основе полной мощности установки, тока камер КНК-15, КНТ-5, амплитуды спектральной проекции.

На рис. 3 показана картограмма загрузки моделируемого критического стенда. Начальное состояние реактора критическое с уровнем мощности $W = 10$ кВт. Рассчитывается мгновенный сброс восьми стержней СУЗ. Глубина погружения стержня РР-6 составляет 140 см от верхнего концевика и отвечает критическому состоянию реактора. В табл. 1 и на рис. 4 показаны выходные сигналы реактиметра, которые были получены на основе полной мощности установки, тока камер КНК-15, КНТ-5, амплитуды спектральной проекции.



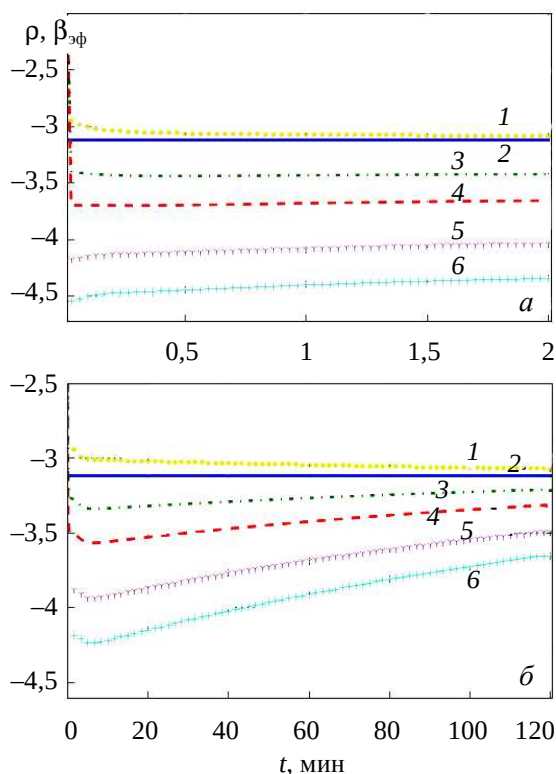
Р и с. 3. Картограмма загрузки стенда: ■ — отражатель; ○ — сбрасываемые стержни СУЗ; ▲, ● — камеры КНК-15 и КНТ-5 соответственно; ■ — высотные гирлянды КНТ-5 (цифрой обозначен порядковый номер камер КНК-15)

Т а б л и ц а 1. Показания реактиметра, полученные для различных входных сигналов за время 2 мин

Входной сигнал	$\rho, \beta_{\text{эф}}$	$\delta\rho, \%$
Сумма токов камер КНК-15	-3,46	10
Сумма токов камер КНТ-5	-3,18	2
Полная мощность	-3,31	6
Амплитуда спектральной проекции	-3,09	0,5
Условно-критическая задача	-3,12	—

На практике снижение плотности потока нейтронов обычно регистрируется на отрезке времени до 2—5 мин, так как по истечении большего промежутка времени сигнал нейтронных детекторов становится слишком малым и теряется на фоне статистических возмущений.

Выходные сигналы реактиметра, полученные на таком относительно коротком отрезке времени, имеют вид установившихся переходных процессов. Однако численное моделирование, проведенное на отрезке времени 120 мин, позволяет убедиться в том, что все выходные сигналы реактиметра в асимптотике стремятся к одному и тому же значению. Из рис. 4 следует,

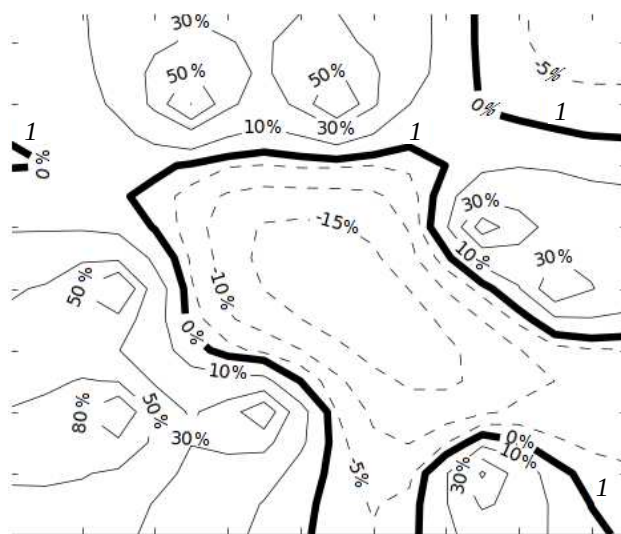


Р и с. 4. Реактивность $-3,12 \beta_{\text{эф}}$, полученная из условно-критической задачи (2) и измеренная на интервале времени 2 (а) и 120 мин (б) при разных входных сигналах: 1 — ток детектора № 8; 3 — полная мощность; 4 — сумма токов восьми детекторов КНК-15; 5 — ток детектора № 3; 6 — ток детектора № 2

что выходные сигналы реактиметра приближаются к $\rho = -3,12 \beta_{\text{эф}}$, которая совпадает с решением условно-критической задачи. Отметим, что за это время нейтронная мощность реактора успевает снизиться в 10^{40} раз (остаточный фон, создаваемый постоянными источниками нейтронов, в этой оценке не учитывается), поэтому экспериментально этот факт подтвердить невозможно.

На рис. 5 показано пространственное распределение отклонений выходных сигналов реактиметра от реактивности в зависимости от координаты x . Кривой 1 выделена узловая поверхность [22], которой соответствует нулевая ошибка оценки реактивности по реактиметру. Рассчитав перед экспериментом узловую поверхность и расположив на ней нейтронные детекторы, можно существенно снизить методическую погрешность штатного метода определения реактивности. Однако для реализации этого подхода необходимо иметь возможность размещать детектор в любой точке активной зоны, что неудобно и не всегда реализуемо на практике.

Из приведенных в табл. 1 данных следует, что полученная с помощью метода спектральной проекции оценка реактивности является наиболее точной и почти совпадает с реактивностью из условно-критической задачи. Аналогичные результаты были получены и для модели РБМК [11]. Но все эти расчетные результаты получены в условиях, когда нейтронное поле



Р и с. 5. Распределение относительного отклонения выходного сигнала реактиметра r^* от точной реактивности ρ в плоскости среднего по высоте поперечного сечения стэнда в момент времени 120 с

$u(x, t)$ и функция ценности $\psi_0^+(x)$ известны точно. Для подтверждения эффективности метода спектральной проекции следует убедиться в том, что оценка реактивности, полученная методом спектральной проекции, достаточно точна даже при большой погрешности расчетной модели.

Рассмотрим две нейтронно-физические модели: невозмущенную А и возмущенную Б. В качестве эталонных данных будем рассматривать рассчитанные по невозмущенной модели токи камер КНК-15 и КНТ-5 $I_k(t)$ с наложенным на них белым шумом $w_k(t) \sim N(0, \sigma_k)$, где $\sigma_k/I(t) = 0,01$. Возмущенная нейтронно-физическая модель имеет макросечения поглощения в каналах с введенными поглощающими стержнями, отличающиеся от соответствующих макросечений модели А на 20%. До сброса стержней считаем, что модели идентичны.

Сравним показания реактиметра, полученные для токов детекторов возмущенной и невозмущенной моделей. Как следует из табл. 2, показания реактиметра смещены относительно одно другого на 0,45—0,72 $\beta_{эф}$. На основании этих расхождений можно сделать вывод о несоответствии между возмущенной и невозмущенной моделью и необходимости корректировки параметров возмущенной модели. Однако на практике может потребоваться выразить это несоответствие в терминах реактивности ρ , определенной посредством условно-критической задачи.

Т а б л и ц а 2. Показания реактиметра, полученные по измеренным и расчетным токам камер КНК-15

Номер камеры	Показания реактиметра, $\beta_{эф}$		$\delta r, \%$
	по измеренным токам	по расчетным токам	
1	–2,66	–3,10	14
2	–3,41	–4,21	18
3	–3,25	–3,91	16
4	–3,21	–3,93	18
5	–2,93	–3,44	14
6	–3,40	–4,07	16
7	–2,68	–3,18	15
8	–2,57	–2,97	13

Реактивность невозмущенной модели со сброшенными стержнями составляет $-2,67 \beta_{эф}$. Будем рассматривать это число как неизвестное, но точное значение реактивности. Поставим цель найти это значение, имея в распоряжении

возмущенную модель Б станда и показания восьми камер КНК-15, рассчитанных с использованием невозмущенной модели. Покажем, что с помощью метода спектральной проекции, схема которого показана на рис. 1, можно достаточно точно определить реактивность ρ . Для восстановления плотности потока нейтронов $u^e(x, t)$ выполним привязку расчетного поля $u(x, t)$ к показаниям восьми камер КНК-15 в каждый момент времени t с использованием метода наименьших квадратов. Выражение для восстановленного вектора имеет вид [23]

$$u^e(x, t) = u^e(x, t) + \mathbf{R}^t [I(t) - \mathbf{H}u(x, t)],$$

где $\mathbf{R}^t = \mathbf{H}\mathbf{C}_u^t \mathbf{H}(\mathbf{H}\mathbf{C}_u^t \mathbf{H} + \mathbf{C}_y^t)^{-1}$.

Ковариационная матрица токов $\mathbf{C}_y^t = \text{diag}(\sigma_k^t, k = 1, \dots, 8)$. Матрица $\mathbf{H}$ предназначена для определения вектора токов по вектору плотности потока нейтронов. Точный расчет ковариационной матрицы плотности потока нейтронов $\mathbf{C}_u^t$ является трудоемкой вычислительной задачей, поэтому для ее определения воспользуемся аппроксимацией, основанной на одноточечном приближении. Данная аппроксимация имеет вид $\mathbf{C}_u^t \sim N^2(t)\mathbf{C}_u^*$, где $N(t)$ — полная нейтронная мощность. Матрица $\mathbf{C}_u^*$ рассчитывается с помощью метода, основанного на теории возмущений и теореме о спектральном разложении [16].

Амплитуда спектральной проекции рассчитывается по формуле $c(t) = \langle u^e(x, t), \phi_0^+(x) \rangle$. Показания реактиметра, полученные на основе входного сигнала $c(t)$, полной мощности восстановленного нейтронного поля и восстановленных токов нейтронных детекторов, приведены в табл. 3. Они свидетельствуют о том, что метод

Т а б л и ц а 3. Показания реактиметра, полученные по различным входным сигналам

Сигнал	Измерение		Восстановление	
	$r^*, \beta_{эф}$	$\delta r^*, \%$	$r^*, \beta_{эф}$	$\delta r^*, \%$
Сумма токов камер КНК-15	$-2,92 \pm 0,02$	9	$-2,92 \pm 0,02$	9
Сумма токов камер КНТ-5	$-2,70 \pm 0,02$	<1	$-2,70 \pm 0,02$	<1
Полная мощность	—	—	$-2,86 \pm 0,02$	6
Амплитуда спектральной проекции	—	—	$-2,67 \pm 0,02$	<1

спектральной проекции позволяет получить искомым реактивность $\rho = -2,67 \beta_{\text{эф}}$, которая почти не отличается от точного значения.

Авторы приносят благодарность В.Г. Зимину за возможность проведения расчетов по программе SKETCH-N, А.И. Попыкину за дискуссию и обсуждение полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Комплексная** методика определения физических и динамических характеристик реакторов РБМК. РДЭО-1.1.2.09.0137—2009. М., Росэнергоатом, 2009.
2. **Методики** расчета нейтронно-физических характеристик по данным физических экспериментов на энергоблоках атомных электростанций с реакторами ВВЭР-1000. РД ЭО 0151—2004. М., Росэнергоатом, 2009.
3. **Шихов С.Б.** Вопросы математической теории реакторов. Линейный анализ. М.: Атомиздат, 1972.
4. **Усачев Л.Н.** Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений. — В сб.: Реакторостроение и теория реакторов. М.: АН СССР, 1955, с. 251—269.
5. **Абрамов Б.Д.** Некоторые вопросы классификации и оценки погрешностей метода ОРУК определения реактивности. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2004, вып. 3, с. 3—13.
6. **Шевелев Я.В.** Динамика ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1990.
7. **Казанский Ю.А., Матвеев И.П., Тютюнников П.Л., Шокодько А.Г.** К учету пространственных эффектов при измерении реактивности методом обращенного решения уравнения кинетики. — Атомная энергия, 1981, т. 51, вып. 6, с. 387—389.
8. **Краюшкин А.В., Кубарев А.В.** Роль пространственных эффектов в измерениях нейтронно-физических характеристик в больших энергетических реакторах. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 1992, вып. 1, с. 51—55.
9. **Цыганов С.В., Шишков Л.К.** Об измерении эффективности аварийной защиты ВВЭР. — Там же, 2004, вып. 3, с. 85—89.
10. **Цыганов С.В., Шишков Л.К.** Измерение эффективности органов регулирования ВВЭР. — Атомная энергия, 2004, т. 96, вып. 3, с. 183—188.
11. **Черезов А.Л., Щукин Н.В., Семенов А.А., Соловьев Д.А.** Использование процедуры спектральной проекции для определения реактивности в физически больших ядерных реакторах. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 41—50.
12. **Черезов А.Л., Shchukin N.V., Semyonov A.A., Solov'yov D.A.** Using the procedure of spectral projection for reactivity determination in physically large nuclear reactors. — Phys. Atomic Nuclei, 2011, v. 73, № 14, p. 1—8.
13. **Черезов А.Л., Shchukin N.V.** Interpretation of experimental data on safety parameters from standpoint of mathematical nuclear reactor theory. — In: Intern. Conf. on the Physics of Reactors PHYSOR 2012. — Advances in Reactor Phys., 2012, v. 4, p. 3293—3301.
14. **Черезов А.Л., Щукин Н.В.** Определение динамических характеристик ядерного реактора с использованием методов математической теории переноса. — Информ.-измерительные и управляющие системы, 2011, № 10, с. 58—66.
15. **Glaeser H.** GRS method for uncertainty and sensitivity evaluation of code results and applications. — Sci. Techn. Nucl. Installations, 2008, ID 798901, p. 1—7.
16. **Черезов А.Л., Щукин Н.В.** Расчет ковариационной матрицы плотности потока нейтронов в многогрупповой диффузионной модели подкритического реактора. — Атомная энергия, 2014, т. 117, вып. 5, с. 243—248.
17. **Gaspari G., Cohn S.E.** Construction of correlation functions in two or three dimensions. — J. Royal Meteorological Soc., 1999, v. 125, № 554, p. 723—757.
18. **Dongbin Xiu.** Numerical Methods for Stochastic Computations. A Spectral Method Approach. Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2010. 142 p.
19. **Кавун О.Ю., Попыкин А.И., Шевченко Р.А.** Расчеты ввода большой реактивности в реактор ВВЭР-1000. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2007, вып. 1, с. 35—42.
20. **Kachanov V.M., Kuzmin A.N., Jitarev V.E.** RBMK Graphite Reactor: Uniform Configurations of U(1.8, 2.0, or 2.4% ^{235}U)O₂ Fuel Assemblies, and Configurations of U(2.0% ^{235}U)O₂ Assemblies with Empty Channels, Water Columns, and Boron or Thorium Absorbers, with or without Water in Channels. Intern. Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments, LEU-COMP-THERM-60, 2004.
21. **Зимин В.Г., Щукин Н.В., Романин С.Д. и др.** Программный комплекс SKETCH-N для моделирования пространственной динамики перспективных быстрых реакторов. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 1995, вып. 4, с. 8—27.
22. **Казанский Ю.А., Матусевич Е.С.** Экспериментальная физика реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1994.
23. **Крянев А.В., Лукин Г.В.** Метрический анализ и обработка данных. М.: Физматлит, 2010. 280 с.

Поступила в Редакцию 17.11.14